

### J. L. M. Ripper

Pontifícia Universidade Católica  
do Rio de Janeiro  
Departamento de Artes e Design

### H. Lopes

helio@mat.puc-rio.br  
Pontifícia Universidade Católica  
do Rio de Janeiro  
Departamento de Matemática  
Laboratório MatMídia

### C. A. Ferreira

cris@mat.puc-rio.br  
Pontifícia Universidade Católica  
do Rio de Janeiro  
Departamento de Matemática  
Laboratório MatMídia

# Modelagem Geométrica Parametrizada da Cadeira Folha

## Resumo

O principal objetivo desse artigo é a definição de um modelo matemático para a Cadeira Folha, que é formada por finas chapas planas de madeira que são costuradas entre si e auto-tensionadas. Para a obtenção do modelo matemático são utilizadas técnicas de modelagem geométrica e computação gráfica. Vários parâmetros foram definidos para a Cadeira Folha, por exemplo: a largura, a altura, a inclinação, etc. A metodologia adotada consiste em obter modelos planares com medidas precisas para superfícies tridimensionais complexas. Aplicações dessa metodologia no Design são, também, discutidas.

## Abstract

*The main objective of this paper is the definition of a mathematical model for the Sheet Chair, which is formed by two self-tensioned plane sheet of wood. Geometric modeling techniques has been used to create the chair three-dimensional mathematical model. Several parameters has been defined for this chair, as for example: seat high, seat length, seat disposition, base width, etc. The methodology adopted in this work consists in the construction of a precise planar models for tridimensional surfaces. Applications of this methodology to Design are also discussed.*

## 1. Introdução

Este trabalho é sobre um resultado concreto da interdisciplinaridade do design com a matemática. O seu principal objetivo é a definição de um modelo matemático e computacional da Cadeira Folha. A Cadeira Folha, projetada por J. L. M. Ripper, recebeu o "PRÊMIO NACIONAL MADEIRAS DA AMAZÔNIA, MÓVEIS E DESIGN", LPF/IBAMA - (Laboratório de Produtos Florestais/IBAMA) em 1999 e trata-se de uma cadeira que é construída a partir de finas chapas planas de madeira costuradas entre si e auto-tensionadas (figura 1). As chapas costuradas formam a princípio duas esteiras: uma relativa à base e, outra, ao assento da cadeira. As esteiras, ao se curvarem, definem superfícies cônicas facetadas que se estabilizam por meio de cabos tensionados. Finalmente, a cadeira é formada pela fixação base-assento também através de cabos tensores. Na época da criação da cadeira não havia sido definido o modelo matemático e a principal dificuldade encontrada foi a obtenção das medidas de cada uma das arestas que formam a base e conseqüentemente a forma da esteira relativa a base.

Técnicas de modelagem geométrica (Hoffmann, 1989), (Mäntylä, 1988) são utilizadas a fim de criar um modelo matemático tridimensional para essa cadeira. Para esse modelo são definidos parâmetros tanto para a base quanto para o assento, tais como: altura, largura, inclinação, etc. Através desse modelo matemático calcula-se a interseção da superfície da base com a superfície do assento. Após esse cálculo, as superfícies discretizadas são planificadas de uma forma precisa que permitirá a montagem da cadeira. Uma das vantagens de se estabelecer um modelo paramétrico é que através dele viabiliza-se a construção de objetos com uma forma básica pré-definida mas adequados às necessidades do usuário (Shah, 1995). Por exemplo, variando-se a inclinação pode-se visualizar no computador a criação de uma cadeira mais ativa ou passiva.

Esse artigo é organizado em cinco seções. A segunda seção apresenta alguns conceitos básicos de topologia combinatória. A terceira seção fornece o modelo matemático da base e do assento. Finalmente, na quarta seção são sugeridos trabalhos futuros e são feitas algumas conclusões.

## 2. Conceitos básicos

Nessa seção serão apresentados alguns conceitos básicos de topologia combinatória. Hoffmann, em seu livro (Hoffmann, 1989), apresenta uma boa introdução para essa área.

Uma **superfície combinatória com ou sem bordo** é uma coleção de vértices, arestas e faces poligonais que satisfaz as seguintes propriedades:

P1) Cada aresta é compartilhada por uma ou duas faces.

P2) A estrela aberta de um vértice é homeomorfa a uma bola aberta de dimensão 2.

Onde: a estrela de um vértice é a união de faces e arestas que contém esse vértice. O laço de um vértice  $v$  é o conjunto de arestas que estão na estrela de  $v$  que não possuem  $v$  como vértice.

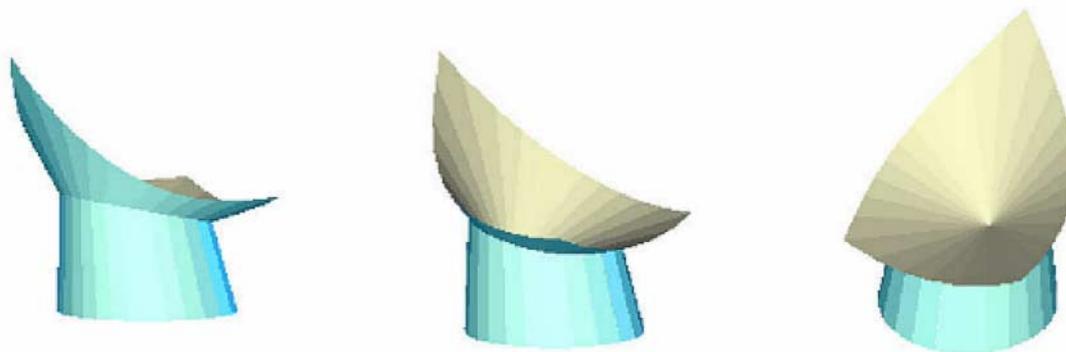


figura 1 - Visualização da Cadeira Folha.

A estrela aberta de um vértice  $v$  é a diferença entre a estrela e o laço de um vértice  $v$ . Um conjunto  $U$  é dito ser homeomorfo a outro conjunto  $V$  se existe uma função contínua inversível que transforma  $U$  em  $V$ . Uma bola aberta de dimensão 2 centrada na origem e de raio 1 é o conjunto de pontos do plano que distam da origem menos que um.

A aresta de uma superfície que é incidente a uma só face é chamada de aresta de bordo. Os vértices de uma aresta de bordo são chamados de vértices de bordo. O bordo de uma superfície é a união de seus vértices e arestas de bordo. Os vértices e arestas que não são do bordo são chamados de vértices e arestas do interior.

Todos CADs possuem como núcleo principal uma representação para os objetos que serão modelados. Essa representação, são específicas para a finalidade de cada um desses sistemas. O maioria dos CADs profissionais estão interessados na modelagem de sólidos. A representação mais conhecida é a *Boundary Representation* (B-Rep), na qual um sólido é descrito por uma superfície sem bordo limitada e fechada no  $\mathbb{R}^3$ .

Lopes, em (Lopes, 1996), desenvolveu uma estrutura de dados topológica, chamada *Handle-Edge*, para representar superfícies com bordo. Nesse trabalho, foram definidos operadores topológicos para a construção e desconstrução de superfícies. A ferramenta matemática usada nesse trabalho é a teoria de Morse. A principal característica desse trabalho é que com esse operadores e a estrutura de dados é possível construir qualquer superfície criando individualmente suas faces e “costurando-as” através da identificação de pares de arestas de bordo. Com a identificação, as duas arestas de bordo são transformadas em arestas do interior. Da mesma forma, as superfícies podem ser desconstruídas “abrindo” arestas do interior e transformando cada uma em duas arestas de bordo.

Com a estrutura *Handle-Edge* e seus operadores, Lopes também desenvolveu um algoritmo (Lopes, 1996) que determina como “cortar” uma superfície ao longo de curvas a fim de planificá-la. Uma simplificação desse algoritmo será utilizada nesse trabalho.

### 3. A modelagem parametrizada da Cadeira Folha

Nessa seção será apresentada a metodologia utilizada na modelagem da Cadeira Folha.

A Cadeira Folha é formada pela base e pelo assento. O primeiro passo para a sua modelagem foi a escolha da formas geométricas adequadas. Para a base da cadeira utilizamos em sua modelagem um cone reto e para o assento um cone comum. Uma vez definidas as formas, o segundo passo foi a escolha dos parâmetros dessas formas a fim de que fosse possível gerar modelos variados de cadeiras com a simples escolha interativa desses parâmetros.

Os parâmetros do cone reto para a base da Cadeira Folha são:

- a) O raio do círculo da base do cone.
- b) O ângulo oposto ao ângulo reto.
- c) O número de faces na discretização.

Os parâmetros do cone relativo ao assento da Cadeira Folha são:

- a) O raio do círculo que gera o cone.
- b) O ângulo de abertura do cone que define o assento.
- c) O número de face na discretização.

Existem também os parâmetros que relacionam a base ao assento, que são:

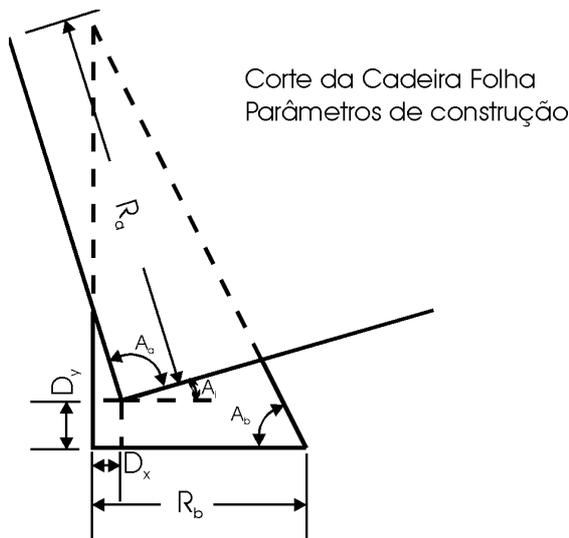


figura 2 - Parâmetros de construção da Cadeira Folha.

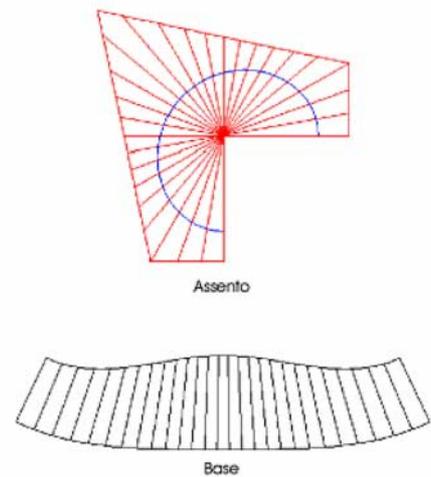


figura 3 - a) Modelo planar do assento com a curva de interseção e b) Modelo planar da base da Cadeira folha.

a) A inclinação do assento em relação a base.

b) O posicionamento (deslocamento) do assento em relação à base.

A figura a seguir (figura 2) ilustra a especificação desses parâmetros.

Essa variação de modelos através da escolha dos parâmetros permite a criação de cadeiras personalizadas que se adequam às características e necessidades do usuário.

O terceiro passo foi o cálculo da interseção do cone reto (representando a base) com o outro cone (representando o assento). Para isso ambas as superfícies foram discretizadas e para cada de suas faces foi calculada a interseção.

Com a curva de interseção em ambas as superfícies foi possível recortar o cone reto para obter precisamente a parte que é a base da Cadeira Folha. E com a curva inscrita no assento fica mais fácil conectar a base ao assento.

A obtenção das medidas precisas das arestas do pedaço do cone reto que serve como a base da cadeira foi a principal dificuldade de seu projetista porque era feita de maneira artesanal. Consequentemente, havia muita imprecisão no encaixe do assento com a base.

O quarto passo foi a planificação das superfícies (figura 3). Para a base foi escolhida a aresta do vértice referente ao ângulo reto do cone como a guia para a planificação. O algoritmo “deita” no plano cada uma de suas faces seqüencialmente. Essa seqüência é definida pela adjacência entre as faces. Já o cone relativo ao assento, por definição, já foi construído através de sua forma planificada, isto é, o seu modelo 3D já foi representado à partir de sua forma planar.

Finalmente, esses modelos planares são impressos para servir como molde ou podem ser enviados diretamente para máquinas de corte de chapas. Havendo mais um problema a ser considerado: a espessura da chapa. Esse problema pode não muito fácil de ser resolvido em formas muito complexas. Porém no caso da Cadeira Folha, a espessura da chapa é muito fina e um bom resultado foi obtido adicionando a espessura ao raio da base.

## Referências

1. C. M. Hoffmann (1989), *Geometric and Solid Modeling*, Morgan Kaufmann.
2. M. Mäntylä (1988), *Introduction to Solid Modeling*, Computer Science Press.
3. J. J. Shah, M. Mäntylä (1995), *Parametric and Feature-Based CAD/CAM: Concepts, Techniques and Applications*, Wiley-Interscience.
4. H. Lopes (1996), “Algoritmos para construção e desconstrução de variedades de dimensão 2 e 3”, Tese de Doutorado, Departamento de Matemática, PUC-Rio.

## 4. Conclusões

A metodologia utilizada nesse trabalho possui como principal característica a obtenção de modelos planares de superfícies tridimensionais. Essa metodologia abre um novo caminho para a produção de objetos com formas complexas que para serem construídas necessitam de medidas numéricas precisas. Na produção automatizada, a máquina de cortes recebe do computador os dados precisos dos modelos planares. Na produção artesanal a construção da peça é feita à partir de moldes impressos dos modelos planares em escala real.

Pretendemos continuar trabalhando na criação de um sistema CAD que incorpore a planificação de superfícies como uma ferramenta prática para o DESIGN. Sob o ponto de vista matemático, existe o problema de qual a melhor maneira de planificar a superfície a fim de economizar o material da chapa em que será feito o corte.