

Universität Stuttgart
Institut für Baustatik
Prof. Dr.–Ing. E. Ramm

Untersuchung der Parameterempfindlichkeit bei Problemen der Strukturoptimierung

Herm Hofmeyer

Formoptimierung : Scheibe mit Loch

Wenn eine Scheibe mit einem rundem Loch wie unten dargestellt belastet wird, so ist die Ausnützung des Materials nicht optimal. Um die Belastbarkeit des Materials vollkommen auszunutzen soll die Form dieser Scheibe verändert werden, wobei die Spannungen am Rande des Loch eine Maximalspannung nicht überschreiten dürfen. Hierdurch ist eine Reduktion des Gewichts möglich.

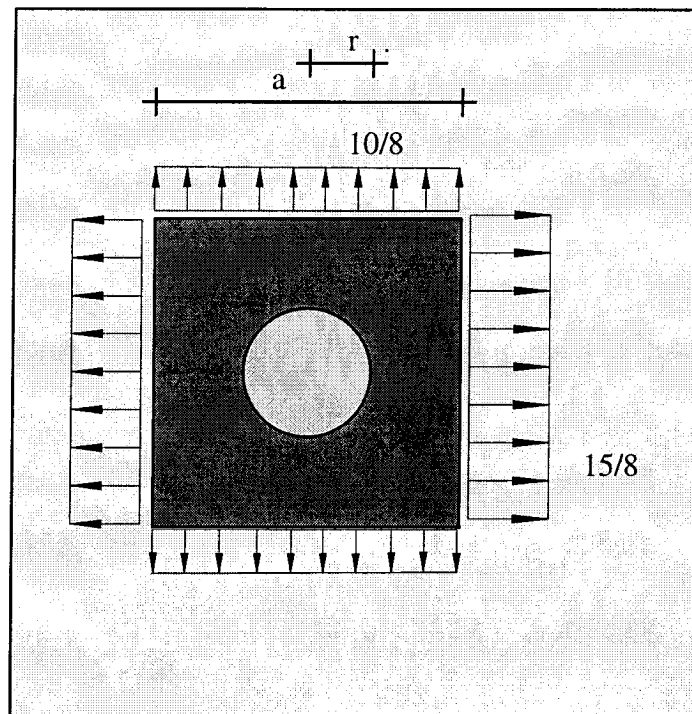


Abbildung 1

Die Form der Scheibe wird mit Design-Elementen beschrieben, wie sie vom Programmsystem CARAT zur Verfügung gestellt werden. Diese Elemente sind durch Knoten und Interpolationsfunktionen definiert. Je nach Elementtyp, d.h. Art der Kanten- oder Oberflächeninterpolation, wird die Form in Abhängigkeit der Position der Knoten beschrieben. Mit diesen Elementen können beliebige geometrische Strukturen beschrieben werden, wobei dreidimensionale Körper über Flächen, Flächen wiederum über Linien und Linien letztendlich über Punkte definiert werden.

Ist die Form des zu modellierenden Tragwerks mit Design-Elementen richtig beschrieben, kann die Struktur für die FE-Analyse vernetzt werden. Pro Design-Element wird eine Vernetzungsdichte vorgeschrieben, wobei die Kanten der Design-Elemente in Intervalle unterteilt werden. Diese Diskretisierung wird über die reine FE-Analyse hinaus dazu benutzt, um eine Sensitivitätsanalyse durchzuführen. Aus den Gradienten der Sensitivitätsanalyse kann abgeleitet werden, welche Änderungen durchgeführt werden sollen, um eine verbesserte Form zu erhalten. Die Sensitivitätsanalyse bestimmt die Änderung der Zielfunktion und Nebenbedingungen bei einer Variation der Optimierungsvariablen.

In Abhängigkeit der Sensitivitätsanalyse wird die Form der Scheibe verändert. Das modifizierte Tragwerk wird abermals analysiert und auf Zielfunktion und Einhaltung der Nebenbedingungen, wie den maximal zulässigen Spannungen, hin überprüft. Falls eine Verbesserung der Zielfunk-

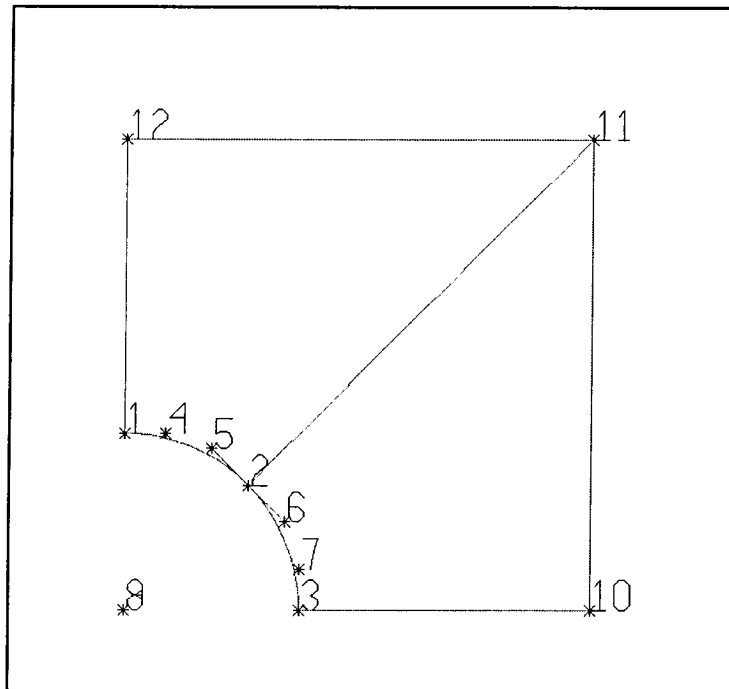


Abbildung 2

tion möglich ist oder Nebenbedingungen verletzt werden, wird die Form der Scheibe erneut modifiziert. Dieser Prozeß wird iterativ so lange wiederholt, bis ein Optimum erreicht ist. Dieses Optimum ist dadurch gekennzeichnet, daß Zielfunktion und zugehörige Lagrange-Funktion den selben Wert einnehmen.

Das Ergebnis dieses Optimierungsprozesses ist jedoch von zahlreichen Parametern abhängig : Art der Zielfunktion und Nebenbedingungen, Parametrisierung der Ausgangsform, etc.. Um die Qualität des Optimierungsergebnisses abschätzen zu können, ist es wichtig, den Einfluß dieser Parameter auf das Endergebnis zu kennen. An einem einfachen Beispiel sollen die Abhängigkeiten untersucht werden.

In Abbildung 1 ist eine quadratische Scheibe aus Stahl mit einem runden Loch in der Mitte dargestellt.

Standardwerte für das Referenz-Beispiel :

- FE-Berechnung:** Spannungen werden auf die Knotenpunkte extrapoliert.
Parametrisierung: Wie in Abbildung 2. Die gesamte Platte besteht aus 2 Coons Design-Elementen, unterteilt in 12 finite Elemente pro Kante. Die Länge aller Elemente entlang einer Kante ist gleich. Die Elementenverteilung ist in Abbildung 3 abgebildet.

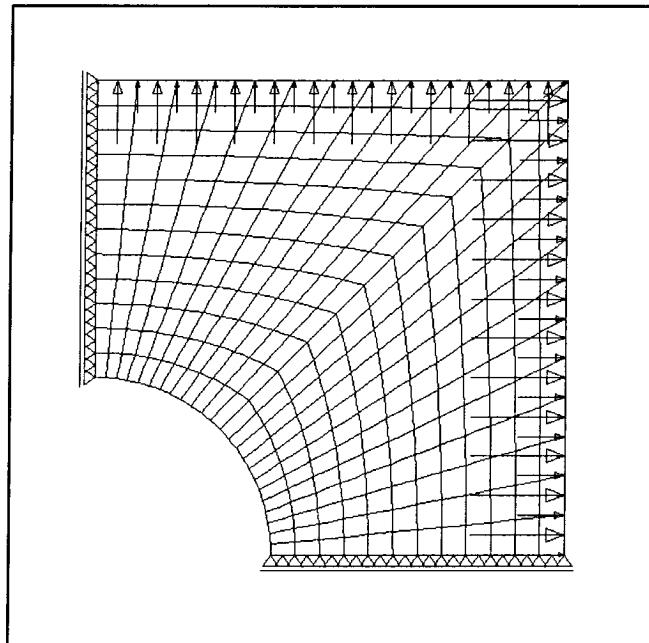


Abbildung 3

- Parametrisierung Loch:** 2 Bezier-Elemente, Tangenten-Element zwischen den Elementen.
Siehe Abbildung 2.
- FE-Elemente:** 3-dimensionales degeneriertes Schalenelement, global gesperrte
Freiheitsgrade : dz,rx,ry
8-knotig, isoparametrisch, 2*2 integriert, 288 Elemente
Konstante Dicke 0.1
- Material:** Elastisches Materialgesetz.
Dichte des Materials =1.0.
Elastizitätsmodul =1.0E+04.
Querdehnzahl =0.00.
- Lasten:** Wie in Abbildung 1 dargestellt.
Größe : 10/8 und 15/8. Die Lasten werden als effektive Knotenlasten
auf die Elementknoten verteilt.
- Optimierung:** Sequentielle quadratische Programmierung nach Wilson, Han und
Powell in einer Implementierung von Schittkowski.
Zielfunktion: Gewicht
Art der Gradientenbestimmung: analytisch.
Linesearch: quadratische Interpolation.
Genauigkeit der Lösung: 1.0E-04.
Maximale Funktionsaufrufe während des Linesearches: 10.

Gradientenberechnung

Das Standardbeispiel wird mit einer analytischen Gradientenbestimmung berechnet. Der Verlauf der Zielfunktion ist in beiden Beispielen gleich (Angabe der Zielfunktion auf 4 Dezimalen). Auch die Endergebnisse beider Vorgehensweisen sind gleich. Die Endformen sind in Abbildung 4 abgebildet .

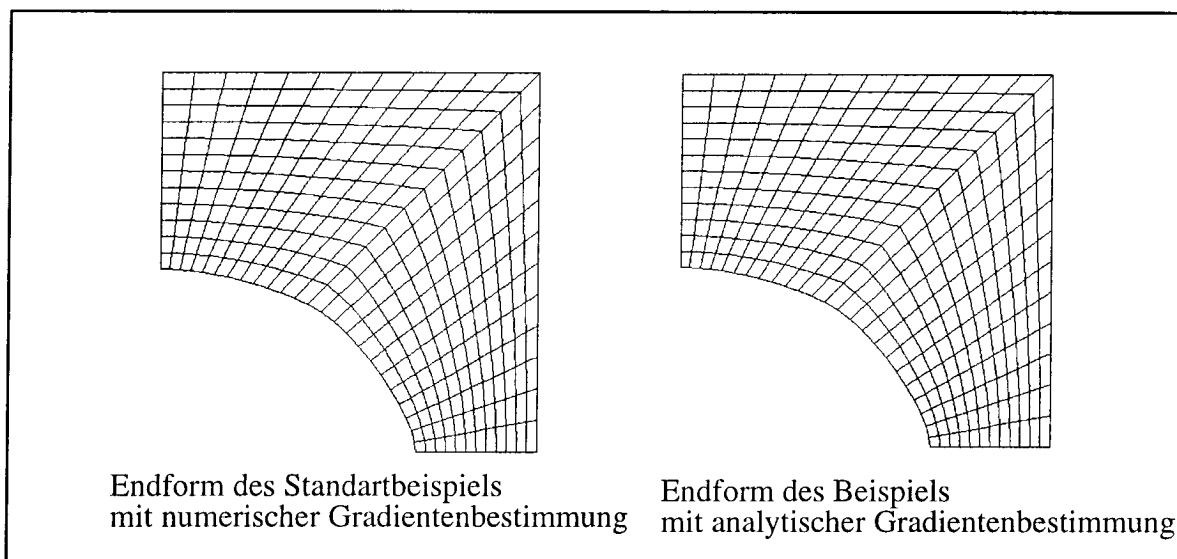


Abbildung 4

Die Änderung der Lösung bei einer Änderung der Beschreibung des Lochs

Im Referenz-Beispiel wird das Loch mit zwei Bezier-Elementen beschrieben. Jetzt wird das Loch einmal mit 4 Bezier-Elementen und einmal mit 2 B-Spline-Elementen beschrieben. Im letzteren Fall wird ein 6-knotiges B-Spline-Element verwendet. Die Verbindung zwischen den B-Spline-Elementen ist C2-kontinuierlich, die Verbindung zwischen den vier Bezier-Elementen ist C1-kontinuierlich. Die Positionen der Knoten für die Bezier- und B-Spline-Elemente wurden empirisch festgelegt. Der Aufbau des Beispiels für verschiedene Beschreibungen ist in Abbildung 5 zu sehen. Die Knoten sind bezüglich des Nullpunkts völlig symmetrisch. Lediglich

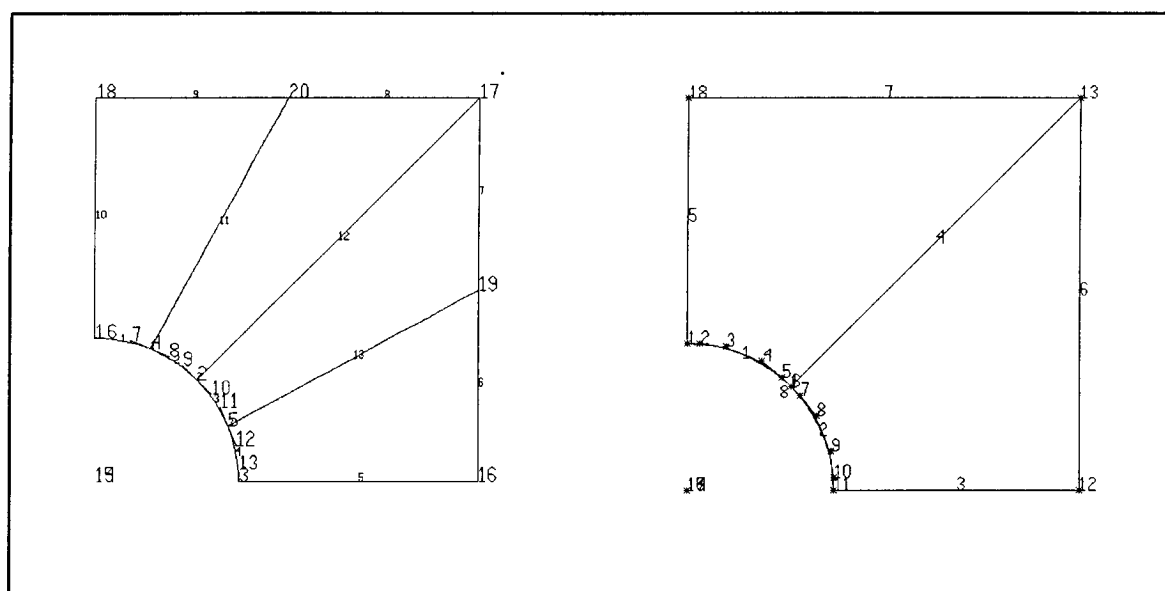


Abbildung 5

diese Änderungen wurden durchgeführt, alle weiteren Einstellungen wurden beibehalten. In Abbildung 6 sind die Werte der Zielfunktion für alle 3 Fälle angegeben.

Auswirkung der Änderungen auf die Lösung

Der Unterschied zwischen den Endformen der Optimierung ist groß. Im Fall mit 4 Bezier-Elementen ist es nicht möglich, eine gute Endform zu erhalten. In Abbildung 7 ist der Unterschied

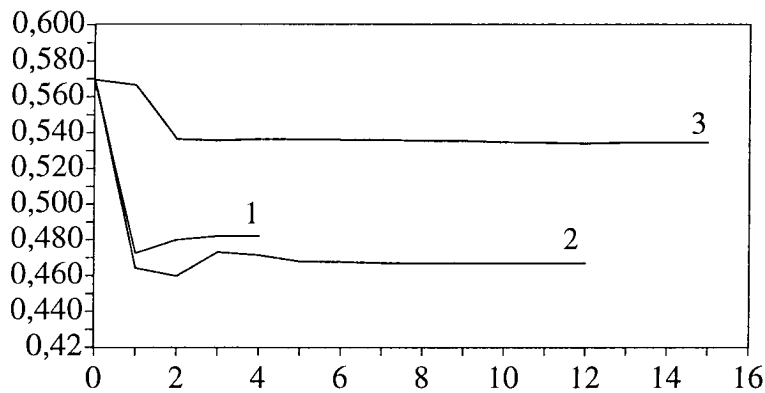


Abbildung 6
Lochkante mit vier Bezier-Elementen (3) und mit zwei B-Spline-Elementen (2) beschrieben (1) stellt das Standardproblem dar.

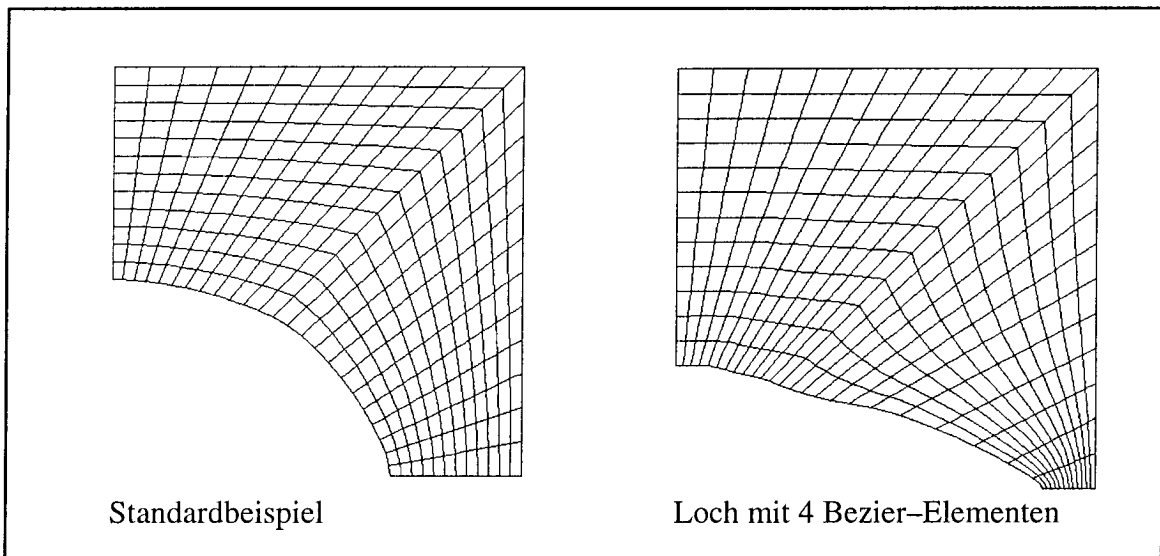


Abbildung 7

deutlich zu sehen. Ist die Zielfunktion nicht hoch genug skaliert, sieht die Abbildung derart aus. Ist die Zielfunktion jedoch höher skaliert, entstehen nach der zweiten Iteration unzulässige Formen, bei denen die Jakobi-Matrix kleiner als Null wird. Die best mögliche Form ist in Abbildung 7 zu sehen. Da das Gewicht bei den 4 Bezier-Elementen viel höher ist, ist diese Lösung wahrscheinlich nicht richtig. Die 4 Bezier-Elemente ergeben mehr unbekannte Variable beim Optimierungsproblem. Vielleicht sind die vielen Variablen der SQP-Methode ein Grund für das schlechte Ergebnis. In Abbildung 6 ist noch nach 10 Iterationen für das Beispiel mit den 4 Bezier-Elementen deutlich eine kleine Minderung zu sehen. Jedoch ist die Zielfunktionen nach 16 Iterationen gleich der Lagrange-Funktion, so daß keine weitere Verbesserung erwartet werden können. Die Endform des Beispiels mit 2 B-Spline Elementen ist gleich mit der des Standardbeispiels. Das Beispiel mit 2 B-Spline Elementen konvergiert am Anfang mindestens so schnell wie das Standardbeispiel. Das Endgewicht des Beispiels mit 2 B-Spline Elementen liegt niedriger und das endgültige Gewicht wird schon nach der ersten Iteration erreicht. Allerdings gibt es danach noch einige Schwankungen, die auch bei einer größerer Netzfeinheit zu sehen sind. Zusammenfassend sind folgende Unterschiede mit einer möglichen Erklärung aufgelistet (die Beispiele werden 1,2 und 3 genannt, wie auch in Abbildung 6):

- a) *2 ergibt ein niedrigeres Gewicht als 1.*
 2 B-Spline Elemente können im Vergleich zu 2 Bezier-Elementen eine Kontur genauer beschreiben; dadurch kann die optimale Form genauer approximiert werden.
- b) *2 erhält Schwankungen der Zielfunktion.*
 Beide Seiten des Optimums werden aufgrund mehrerer Variable der B-Spline-Elemente betrachtet; dadurch kann sich die Iteration ändern .
- c) *2 benötigt mehr Iterationsschritte als 1.*
 Mehrere Variable können die Iteration möglicherweise verlängern.
- d) *Endform 3 (KT-Bedingung ist gleich Zielfunktion) ist unzulässig.*
 4 Bezier-Elemente für einen Viertelkreis können im Vergleich zu 2 Bezier-Elementen eigenartige Formen ermöglichen.
- e) *Bei verschiedenen hohen Skalierungen der Zielfunktion entstehen bei 3 bereits nach der zweiten Iteration völlig unzulässige Formen.*
 Im Zusammenhang mit der in Punkt d) genannten Ursache wird bei stark erhöhter Skalierung der Zielfunktion die Form völlig unzulässig.
- f) *3 konvergiert nach einigen Iterationsschritten sehr langsam.*
 Durch die vielen Variablen sind auch nach einigen Iterationsschritten kleine Anpassungen möglich, um die Zielfunktion zu verbessern. Trotzdem wird das Optimum schon nach einigen Iterationsschritten gut approximiert.

Die Änderung der Lösung bei einer Änderung der Elementtypen

Im Vergleich zum Standardproblem, bei dem Elemente mit 8 Knoten eingesetzt wurden, werden nun Elemente mit 4 und 9 Knoten verwendet. Die Lasten werden in allen Fällen über die Knoten verteilt. Dadurch wird auch eine genauere Lastenbeschreibung möglich, wenn mehrere Knoten vorhanden sind. Umgekehrt wird die Lastenbeschreibung mit 4 Knoten schlechter. Die Änderung der Elementtypen beeinflusst auch die Genauigkeit der Beschreibung der Kreisränder. Mit 4-knotigen Elementen ist lediglich eine lineare Approximation möglich, mit 8- und 9-knotigen Elementen wird der Kreis quadratisch approximiert. In Abbildung 8 ist der Wert der Zielfunktion

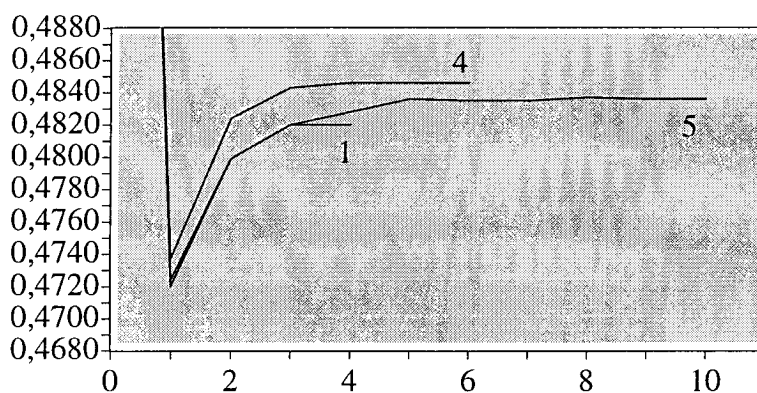


Abbildung 8
 Elemente mit 4 Knoten (4)
 8 Knoten (1) und 9 Knoten (5).

vor der Optimierung mit 4-, 8- und 9-knotigen Elementen angegeben. In Tabelle 1 ist die Situation nach der ersten Berechnung einiger Punkte des Beispiels abzulesen. Die Kräfte RR und SS sind Normalkräfte pro Knoten, die Kraft RS ist die Querschubkraft relativ zum Element. Gewählt wurden die Knoten A, B, C, D und E, wie in Abbildung 9 dargestellt ist. Die Systeme sind folgen-

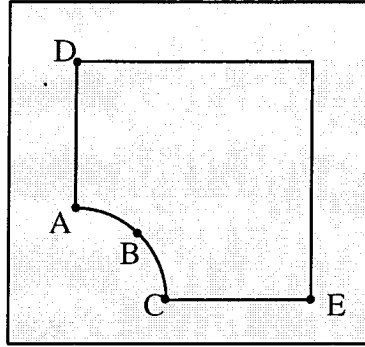


Abbildung 9

dermaßen benannt: Stand1 ist das Standardbeispiel, Stand4 das Beispiel mit 4-knotigen Elementen und Stand5 das Beispiel mit 9-knotigen Elementen.

Auswirkung der Änderungen auf die Lösung

Bei den x - und y -Verschiebungen und den Kräften RR ist deutlich, daß die Lösung bei Verwendung mehrerer Knoten pro Element konvergiert. Die Kräfte SS sind bei den 4-knotigen Elementen immer ca. 10 mal größer als bei Knoten A,B und C. Bei den Knoten D und E gibt es keine großen Unterschiede. Bei den Kräften RS (Querschubkraft) wird lediglich deutlich, daß die Kräfte im Fall mit 4-knotigen Elementen größer sind. Die Kräfte RS bei den anderen zwei Fällen haben keine deutliche Struktur.

Die Optimierungen 1 und 5 (aus Abbildung 8) haben bis zur dritten Iteration genau dieselben Werte. Die Iteration von Fall 5 erfolgt im Vergleich zu Fall 1 langsamer und auch das Endgewicht liegt höher, da Elemente mit mehreren Knoten benutzt wurden. Aus welchem Grund diese Elemente die Konvergenzgeschwindigkeit bremsen ist nicht deutlich; ebenso warum das Endgewicht höher liegt. Der Verlauf der Optimierung ist wesentlich anders im Vergleich zu den Optimierungen 1 und 5. Vielleicht ist der unterschiedliche Verlauf von den in der Tabelle gefundenen, deutlich verschiedene Werte für Kraft SS und Kraft RS für Optimierung 4 dafür verantwortlich.

Tabelle 1

System und Knoten	x -Verschiebung	y -Verschiebung	Kraft RR	Kraft SS	Kraft RS
Stand1(A)	0.000E+00	4.084E-03	5.586E+00	3.768E-02	5.902E-04
Stand4	0.000E+00	4.132E-03	5.579E+00	3.309E-01	1.469E-01
Stand5	0.000E+00	4.084E-03	5.638E+00	3.844E-02	-5.092E-04
Stand1(B)	1.214E-02	2.915E-03	3.611E+00	5.512E-02	2.651E-02
Stand4	1.204E-02	3.000E-03	3.739E+00	2.908E-01	2.426E-01
Stand5	1.214E-02	2.916E-03	3.661E+00	3.686E-02	5.039E-02
Stand1(C)	1.757E-02	0.000E+00	1.407E+00	-7.839E-03	-3.796E-04
Stand4	1.742E-02	0.000E+00	1.426E+00	1.388E-01	5.424E-02

Stand5	1.756E-02	0.000E+00	1.384E+00	-8.747E-03	-8.131E-04
Stand1(D)	0.000E+00	9.469E-03	2.037E+00	1.250E+00	7.391E-05
Stand4	0.000E+00	9.519E-03	2.044E+00	1.249E+00	3.785E-02
Stand5	0.000E+00	9.469E-03	2.036E+00	1.250E+00	2.580E-04
Stand1(E)	2.375E-02	0.000E+00	2.640E+00	1.878E+00	2.276E-04
Stand4	2.366E-02	0.000E+00	2.612E+00	1.871E+00	1.001E-01
Stand5	2.375E-02	0.000E+00	2.645E+00	1.878E+00	8.827E-04

Zusammengefaßt ergeben sich folgende wichtige Änderungen (die verschiedenen Beispiele sind mit der gleicher Nummer wie in Abbildung 8 angegeben).

- a) *5 benötigt mehr Zeit als 4, 4 benötigt mehr Zeit als 1.*
Da 9-knotige Elemente i.A. genauer sind als 8-knotige, ist es auch möglich, exakter zu iterieren. Weshalb die 4-knotigen Elemente trotzdem mehr Zeit als 8-knotige benötigen, ist nicht ganz ersichtlich. Bekannt ist, daß 4-knotige Elemente die Schubspannungen nicht so gut beschreiben können, was auch in Tabelle 1 deutlich wird. Da die Schubspannungen so variabel sind, ist die Optimierung schwieriger.
- b) *Das Endgewicht liegt bei 4 höher als bei 5. Endgewicht 5 liegt wiederum höher als bei 1.*
In Abbildung 3 ist zu erkennen, daß 1 und 5 die gleiche Bahn beschreiben; 5 geht lediglich etwas weiter. 1 konvergiert schneller, da die Elemente etwas schlechter sind als bei 5. 4 wird mit solch schlechten Elementen beschrieben, daß die Approximation der Spannung für eine gute Optimierung nicht ausreicht.

Die Änderung der Lösung bei einer Änderung des Verhältnisses zwischen der Länge der Platte und des Radius des Kreises

Das Verhältnis zwischen der Länge der Platte und dem Kreisradius ist im Standardproblem 3/8 zu erkennen. In Abbildung 10 ist zu sehen, wie sich die Werte der Zielfunktion verhalten, wenn das Verhältnis geändert wird. Einmal ist das Verhältnis 3/10, einmal 3/6, was in Abbildung 11 grafisch dargestellt ist. Die gleichmäßig verteilte Last wird so skaliert, daß die Last pro Längeneinheit in allen 3 Fällen konstant bleibt. Die Elementenverteilung pro Kante bleibt ebenfalls gleich, wodurch die Elemente in der Nähe der äußeren Kanten größer oder kleiner sind.

Auswirkung der Änderungen auf die Lösung

Die Endformen der Platte sind bis auf das Eigengewicht für alle Fälle gleich, was auch in Abbildung 10 zu sehen ist. Das ist einleuchtend, da sich das Anfangsgewicht ebenfalls sehr stark voneinander unterscheidet und keine große Rolle spielt. Der Verlauf der Zielfunktion ist in allen Fällen gleich, obwohl die Konvergenzgeschwindigkeit am Anfang höher ist, je kleiner das Loch und je größer die Platte ist. Folgende Erklärung kann hierfür angegeben werden: Für eine bestimmte Änderung der Position eines Knotens, ist diese Änderung im Vergleich zu einer Änderung für ein großes Loch bedeutender. Bei gleichen Verschiebungen der Knoten nimmt ein kleiner Kreis schneller als ein großer Kreis die Form einer Ellipse an. Die Änderungen sind:

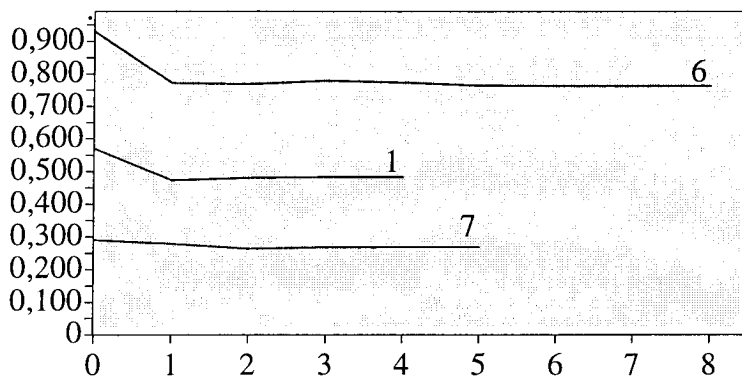


Abbildung 10
 $r/a = 3/10$ (6), $r/a = 3/6$ (7) und
 $r/a = 3/8$ für das Standardproblem

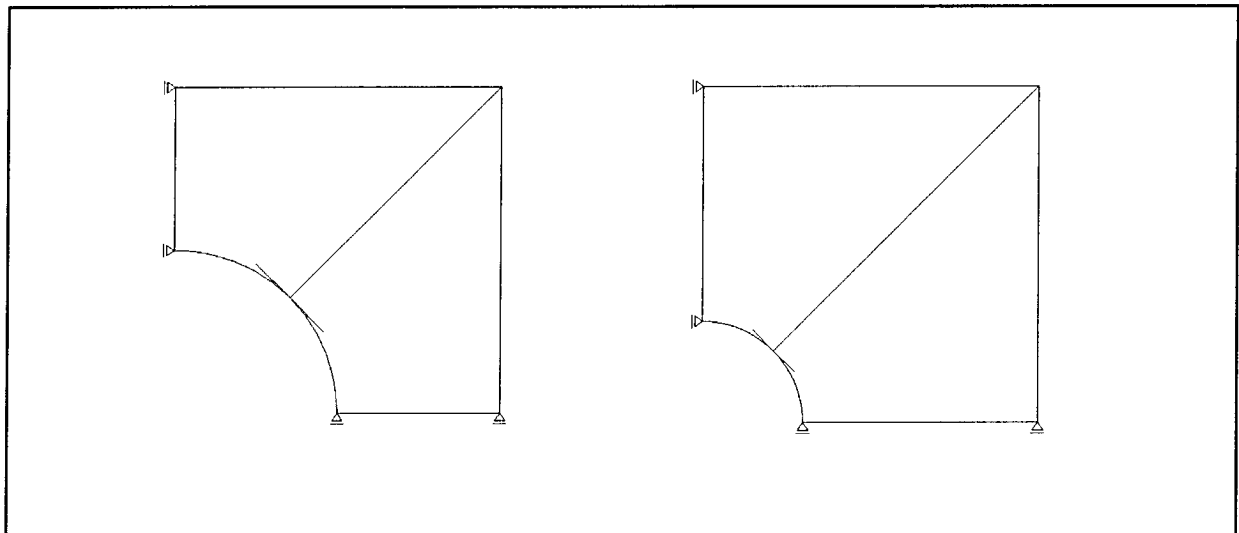


Abbildung 11

- Die Endgewichte sind verschieden.*
Das Anfangsgewicht unterscheidet sich bereits sehr stark.
- Die Optimierung konvergiert schneller, je kleiner das Verhältnis zwischen r und a ist.*
Das Verhältnis zwischen einer Variation eines Punkts und der eines großen Lochs ist verschieden.

Die Änderung der Lösung ist von einer Änderung der Netzfeinheit abhängig

Im Standardproblem werden sowohl die zwei Bezier-Kanten als auch die Kanten der Platte in 12 gleiche Teile unterteilt. Dadurch entstehen $24 \cdot 12 = 288$ Elemente. Falls alle Kanten in 10 Teile unterteilt werden, entstehen $20 \cdot 10 = 200$ Elemente und bei 14 Unterteilungen entstehen 392 Elemente. Abbildung 12 stellt die Platten mit 200 und 392 Elemente dar. Die Lasten werden so skaliert, daß die Kraft pro Längeneinheit im Vergleich mit dem Standardproblem gleich bleibt. In Abbildung 13 werden die Probleme mit 200, 288 und 392 Elemente dargestellt.

Auswirkung der Änderungen auf die Lösung

In Tabelle 2 ist die Situation nach der ersten Berechnung einiger Punkte abzulesen. Die Kräfte

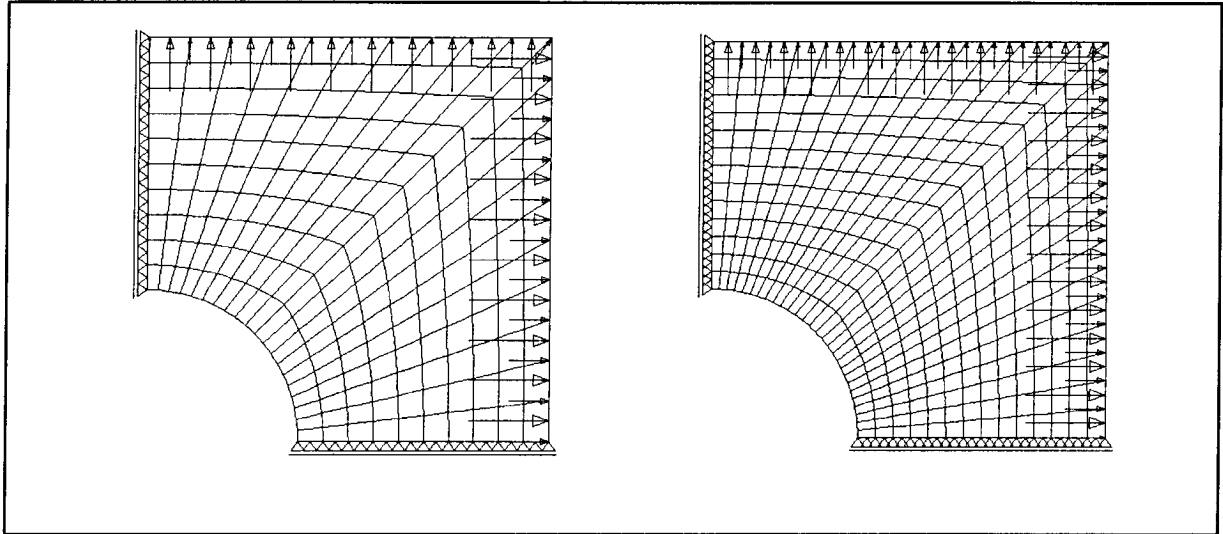


Abbildung 12

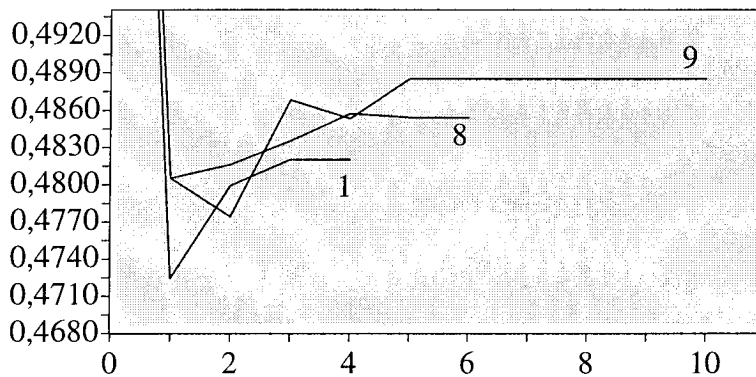


Abbildung 13
200 Elemente (1), 288 Elemente (8)
und 392 Elemente (9)

RR und SS sind Normalkräfte pro Knoten, Kraft RS ist die Querschubkraft relativ zum Element. Gewählt wurden die Knoten A, B, C, D und E, die in Abbildung 9 dargestellt sind. Die Systeme sind folgendermaßen benannt: Stand 1 ist das Standardbeispiel, Stand 8 ist das mit 200 Elementen und Stand 9 das mit 392 Elementen. Sowohl bei den x - und y -Verschiebungen als auch bei den Kräften RR und SS ist mehr oder weniger deutlich zu erkennen, daß die Lösung bei Verwendung mehrerer Elemente konvergiert. Bei Kraft RS (Querschubkraft) ist lediglich am Knoten E ein großer Unterschied zu erkennen. Die Endformen der Optimierung sind immer gleich. Der Verlauf der Zielfunktion ist für viele Elemente am Anfang wechselhaft und dynamisch. Für weniger Elementen (8 in Abbildung 13) ist der Verlauf ruhig. Möglicherweise wird der Verlauf bei Verwendung mehrerer Elemente immer dynamischer. Bei weniger und mehr Elementen dauert die Optimierung länger. Bei mehreren Elementen dauert auch die Iteration mit kleinen Schritten länger. Da mehr Elemente eine genauere Approximationen ergeben, ist es möglich, die Optimierung, bei gleicher Endgenauigkeit der Lösung, weiter zu führen.

Tabelle 2

System und Knoten	x-Verschiebung	y-Verschiebung	Kraft RR	Kraft SS	Kraft RS
Stand1(A)	0.000E+00	4.084E-03	5.586E+00	3.768E-02	5.902E-04
Stand8	0.000E+00	3.298E-03	5.893E+00	5.459E-02	8.477E-04
Stand9	0.000E+00	4.085E-03	5.599E+00	2.920E-02	4.437E-04
Stand1(B)	1.212E-02	4.084E-03	3.611E+00	5.512E-02	2.651E-02
Stand8	1.290E-02	2.370E-03	3.683E+00	7.823E-02	4.529E-02
Stand9	1.212E-02	2.916E-03	3.623E+00	4.335E-02	2.119E-02
Stand1(C)	1.756E-02	0.000E+00	1.407E+00	-7.839E-03	-3.796E-04
Stand8	1.880E-02	0.000E+00	1.158E+00	-1.471E-02	-6.590E-04
Stand9	1.756E-02	0.000E+00	1.402E+00	-6.410E-03	-2.498E-04
Stand1(D)	0.000E+00	9.469E-03	1.407E+00	1.250E+00	-3.796E-04
Stand8	0.000E+00	8.771E-03	1.923E+00	1.250E+00	1.808E-04
Stand9	0.000E+00	9.470E-03	2.037E+00	1.250E+00	4.124E-05
Stand1(E)	2.375E-02	0.000E+00	2.640E+00	1.878E+00	2.276E-04
Stand8	2.616E-02	0.000E+00	3.594E+00	3.020E+00	1.090E+00
Stand9	2.374E-02	0.000E+00	2.640E+00	1.877E+00	1.264E-04

Änderungen sind:

- Je mehr Elemente vorhanden sind, desto größere Schwankungen zeigt der Iterationsverlauf auf.*
Bei vielen Elementen ist die daraus resultierende genauere Beschreibung die Ursache eines "normalem" Iterationsverlaufs. Falls weniger Elemente schlechtere Werte liefern, ist es möglich, daß die Optimierung kleine Unregelmäßigkeiten nicht registriert und sich dadurch einen regelmäßigeren Verlauf ergibt.
- Weniger Elemente ergeben ein höheres Endgewicht, was aber ebenfalls auf mehr Elemente zutrifft.*
Mehrere Elemente ergeben ein genaueres Bild von den Spannungen als weniger Elemente, was der Grund dafür ist, daß das Gewicht nicht so niedrig wie in 1 sein kann. Andererseits ergeben weniger Elemente weniger korrekte Spannungen. Aus diesem Grund ist das Gewicht auch zu erhöhen.
- Weniger Elemente benötigen mehr Iterationsschritte, jedoch trifft dies auch auf mehrere Elemente zu.*
Bei weniger Elementen können sich die Spannungen bei jedem Iterationsschritt verändern, weshalb die Optimierung mehr Zeit benötigt um sich einzustellen. Bei mehreren Elementen ist der Spannungsverlauf genauer und kann dadurch auch länger und besser approximiert werden.

Die Änderung der Lösung in Abhängigkeit von der maximal zulässigen Spannung der Elemente am Lochrand

Alle Elemente am Lochrand (siehe auch die umrandeten Elemente in Abbildung 14) haben im

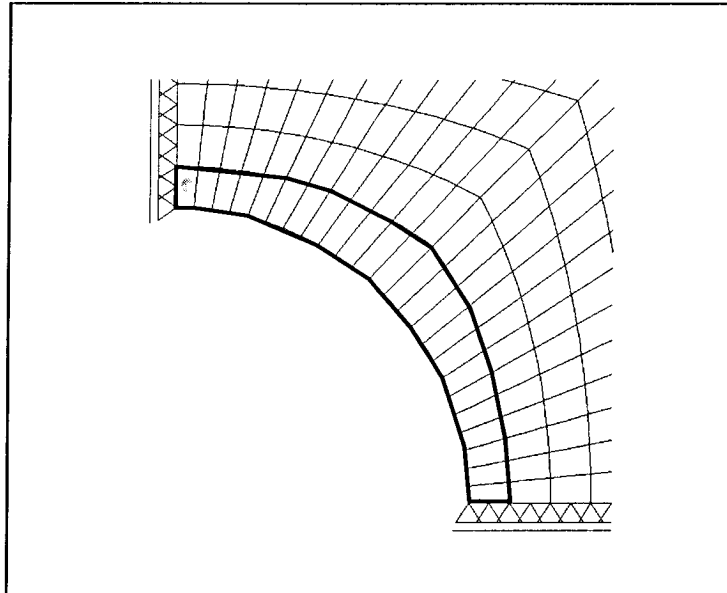


Abbildung 14

Standardproblem eine maximal zulässige Vergleichsspannung (von Mises) von 45 N/mm^2 . Diese maximal zulässige Spannung beeinflusst bei gleichbleibenden Lasten und Nebenbedingungen wesentlich die Werte der Zielfunktion. In Abbildung 15 ist dieses Verhältnis zwischen Zielfunk-

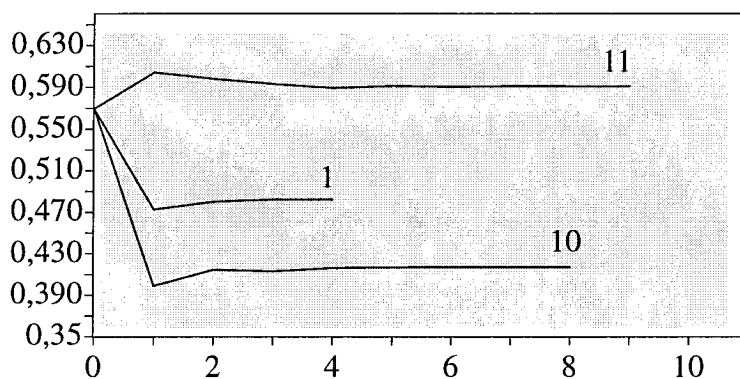


Abbildung 15
Max. Vergleichsspannung 45 (1)
60 (10) und 30 (11).

tion und maximal zulässiger Spannung dargestellt.

Auswirkung der Änderungen auf die Lösung

Je höher die zulässigen Spannungen sind, desto leichter kann die Platte sein. Die Platte wird aufgrund des vergrößerten Lochs leichter. Je größer der Radius des Lochs ist, desto höher sind die Spannungen am Lochrand, da alle Spannungen in der Platte durch einen immer kleiner werden-

den Querschnitt durchgeführt werden müssen. Je niedriger die zulässigen Spannungen sind, desto schwerer wird die Platte (vgl. Abbildung 15). Um alle Spannungen durch den Querschnitt der Platte führen zu können, ist, falls die Lochränder keine großen Spannungen ertragen können, viel Material um das Loch herum notwendig. Dadurch kann das Loch nicht beliebig groß werden; die Platte ist deshalb relativ schwer. Änderungen sind:

- a) *Je größer die zulässigen Spannungen sind, desto niedriger ist das Gewicht.*
Je höher die zulässige Spannung ist, desto größer kann das Loch sein. In diesem Fall (großes Loch) gibt es höhere Spannungen am Lochrand. Je größer das Loch ist, desto niedriger ist das Gewicht.
- b) *Der erste Schritt ergibt ein höheres Gewicht, falls das Anfangsgewicht niedriger als das Endgewicht ist. Dagegen ergibt sich ein niedrigeres Gewicht, falls das Anfangsgewicht höher als das Endgewicht ist.*
Der erste Iterationsschritt ist lediglich richtungsweisend (jedoch mit einem zu hohen Wert); mit den weiteren Schritten wird die Endlösung erreicht.

Es ist möglich, die zulässigen Spannungen soweit zu vermindern bzw. zu steigern, bis "eigenartige" Formen entstehen. Bei einer Abminderung der Spannungen ergibt sich bereits nach 2 Iterationen eine endgültige Form (siehe Abbildung 16). Da die zulässigen Spannungen gering sind,

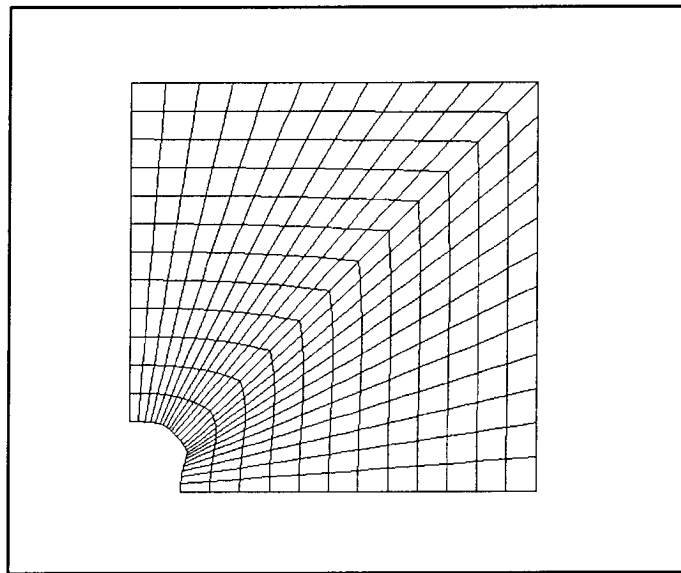


Abbildung 16

kann das Loch nicht groß werden. Werden die zulässigen Spannungen vergrößert, entsteht zuerst eine eigenartige Form. Nach einigen Iterationen ergibt sich jedoch wieder eine gute elliptische Form, die im Vergleich zum Standardbeispiel lediglich etwas größer ist. Die eigenartige Form ist in Abbildung 17 (links), die endgültige Form in Abbildung 17 (rechts) dargestellt. Bei Steigerungen der Werte der Spannungen des Beispiels um bis zu 1000% ergaben am Ende der Optimierung noch immer eine gute elliptische Form. Diese Ellipse ist jedoch in drei verschiedene Teile unterteilt und die Verzerrungen sind dabei sehr groß.

Änderung der Lösung bei verschiedenen Methoden der Optimierung des Beispiels

Das Beispiel wurde mit verschiedenen Optimierungsmethoden durchgerechnet. Das Standardbeispiel wurde mit einem SQP-Algorithmus gerechnet (SQP). Zwei andere Methoden sind SLP und MMA. Es folgt nun eine kurze Beschreibung dieser Methoden.

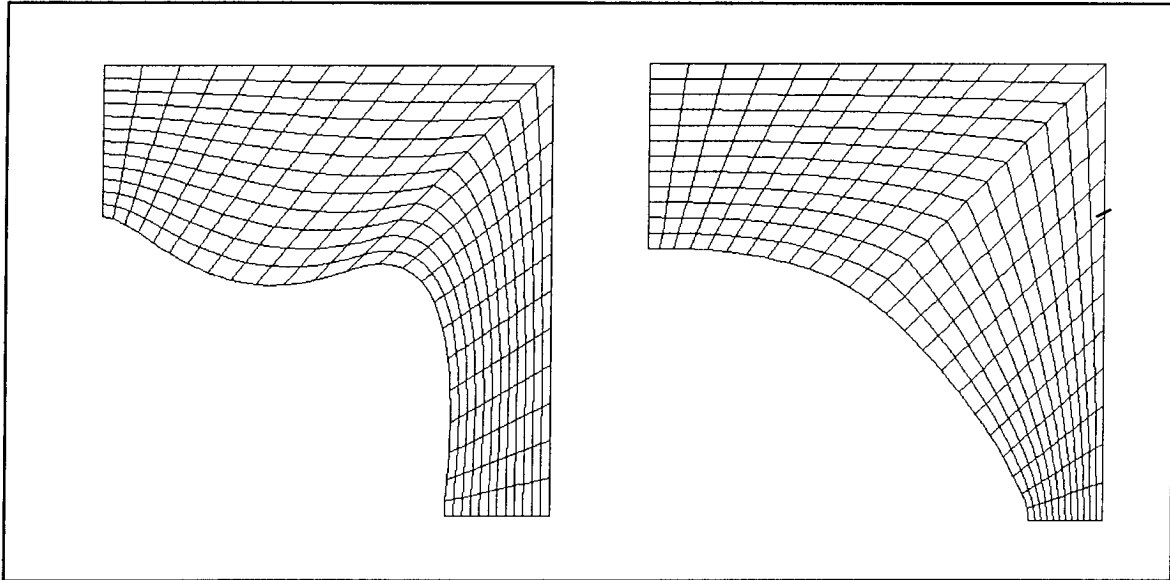


Abbildung 17

SLP

Ein Verfahren der sequentiellen linearen Programmierung. In jedem Iterationsschritt wird ein lineares Unterproblem formuliert, indem Zielfunktion und Nebenbedingungen linear approximiert werden. Das Unterproblem wird durch einen Standard-Simplex-Algorithmus gelöst, der in einer Implementierung von Adam Borkowski vorliegt. "Move-Limits" für die maximalen Schrittweiten vermeiden ein Oszillieren des Konvergenzverlaufes.

Einstellungen für das Standardproblem:

Numerische Gradientenbestimmung.

Relaxation der Nebenbedingungen durch Einführung einer zusätzlichen Variablen bei inkonsistenten Unterproblemen.

Konvergenzabfrage durch Kontrolle der Kuhn-Tucker-Bedingungen.

Wenn Schrittweitenadaption nicht ausreicht ist die neue Movelimits $LIMIT = 0.40 * LIMIT$.

Adaption mit 0.40 für die Schrittweiten.

Genauigkeit der Zielfunktionsverbesserung: $10E-03$.

Genauigkeit der Lösung am Kuhn-Tucker-Punkt: $10E-03$.

Faktor zur Bestimmung der Anfangsschrittweite: $LIMIT = (XU-XL)*0.25$.

Kleinste zulässige Schrittweite im Linesearch: 0.10.

MMA

Eine duale Optimierungsmethode benutzt zur Lösung des Optimierungsproblems den Dualitätssatz für die Lagrange-Funktion. In jedem Iterationsschritt wird ein konvexes Unterproblem formuliert. Dieses Unterproblem wird mit der konjugierten Gradientenmethode von Fletcher und Reeves gelöst.

Einstellungen für das Standardproblem:

Genauigkeit der Lösung: $1.000E-04$.

Asymptotenanpassung: Adaptionregel nach Svanberg.

Max. Anzahl der Iterationen im Unterproblem.
 Maximale Anzahl von Funktionsaufrufen während des Liniensuches.
 Maximale Schrittweite im Liniensuch: 1.0.
 Approximation der dualen Zielfunktion im Liniensuch: quadratisch.

In Abbildung 18 sind die Zielfunktionen einer Lösung mit SLP, SQP und MMA dargestellt und

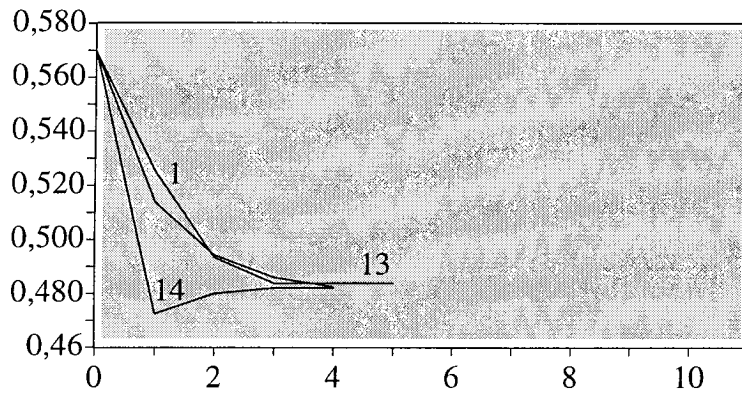


Abbildung 18
 SQP (1), MMA(13) und SLP (14)

in Abbildung 19 sind die Endformen der Lösungen mit SLP und MMA gezeichnet. Folgende Än-

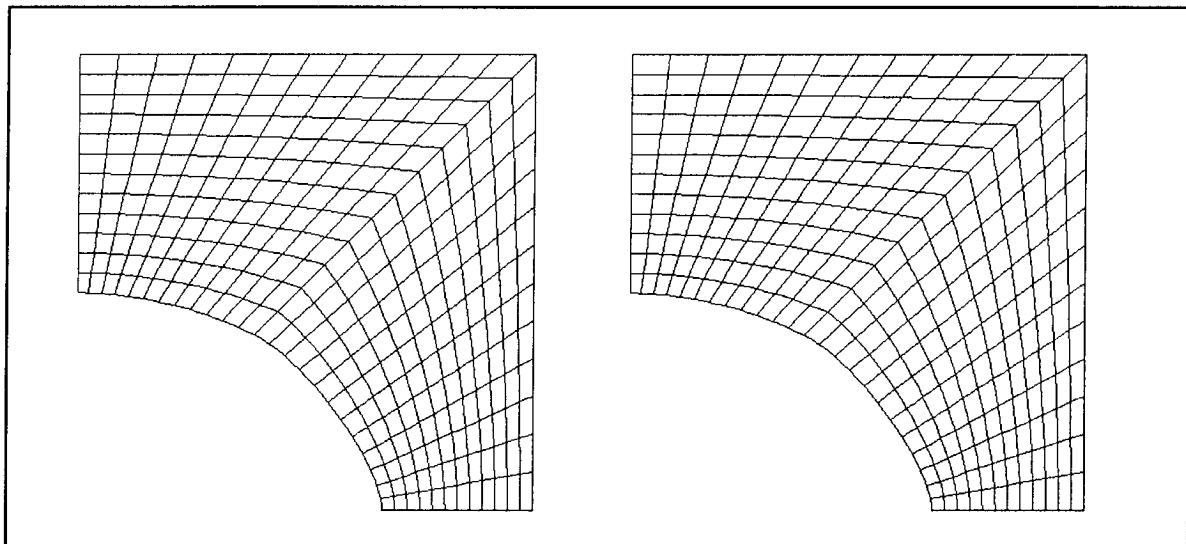


Abbildung 19

derungen sind hier zu verzeichnen:

- a) *Die Verfahren von MMA und SQP sind in diesem Fall annähernd gleich.*
- b) *SLP ergibt eine sehr schnelle Approximation, die lediglich die Spannungsrestriktion unterschätzt. Dies wird später jedoch korrigiert.*
 Da bei SLP ein lineares Unterproblem approximiert wird, ist es möglich, daß die erste Schrittweite zu groß gewählt wird. Durch eine quadratisch verlaufende Zielfunktion wird die Schrittweite nicht begrenzt.

Verhältnis zwischen Änderungen an einem Standardbeispiel und dessen Lösungen bei einem Schalendach

In Abbildung 1 ist ein Viertel eines Schalendachs abgebildet. Diese Schale liegt auf einer rechteck-

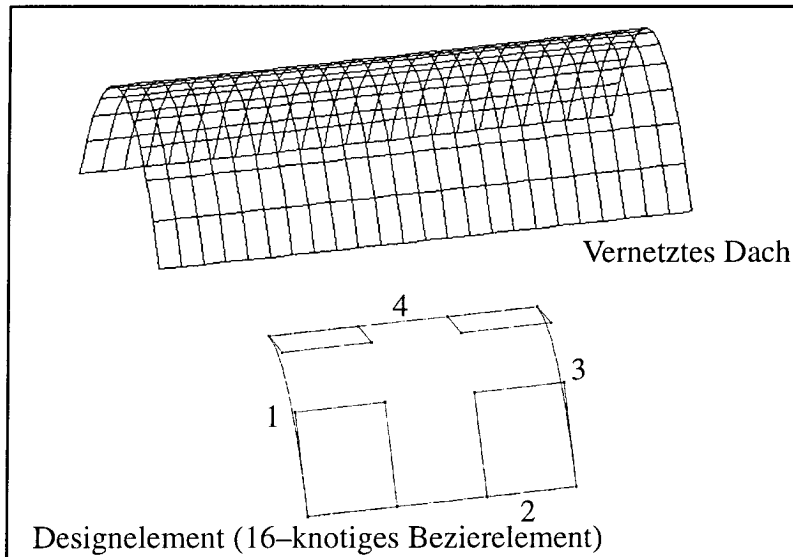


Abbildung 1

kigen Unterstützung von 6×12 m auf und besitzt eine konstante Dicke von 0.05 m. Die Form der Schale wird mit 4 Bezier-Elementen beschrieben; jedes Viertel mit 1 Element. Verschiedene variable Knoten sind miteinander verbunden um eine doppelparabolische Form zu erzeugen. Dieses Schalendach wird als Standardbeispiel für die weitere Arbeit verwendet.

Standard für Benchmark:

FE-Berechnung:

Die Spannungen werden an den Gausspunkten berechnet und auf die Knotenpunkte extrapoliert.

Standardbeschreibung:

Vgl. Abbildung 1. Das Schalendachviertel besteht aus 1 Bezier-Element mit 16 Knoten. Die Kanten sind in 6 bzw. 12 Elemente unterteilt. Die Kanten 1 und 2 sind fest eingespannt. Es sind lediglich Verdrehungen möglich. Die Kanten 3 und 4 sind senkrecht zur Anschlußrichtung rotationsfest und in Anschlußrichtung unbeweglich.

Elemente:

3-dimensionales degeneriertes Schalelement, 8-knotig, isoparametrisch, 2×2 integriert, 288 Elemente.
Der Querschnitt hat die konstante Dicke 0.5 über das ganze Element.

Material:

Elastisches Materialgesetz.
Dichte des Materials =25.0.
Temperaturkoeffizient = $5.5E-05$.
Elastizitätsmodul = $3.0E+07$.
Querdehnzahl =0.2.

Lasten:

Auf alle Elemente wird eine Eigenlast von -1 und eine Schneelast von -5 aufgebracht. Diese Elementlasten werden in Einzellasten übergeführt.

Optimierungsweise:

Sequentielle quadratische Programmierung nach Wilson, Han und Powell in einer Implementierung von Schittkowski.

Skalierung der Variablen: implizit.
 Skalierung der Zielfunktion: $5.0E-1$
 Wichtungsfaktor der Zielfunktion: 10811.96
 Zielfunktionstyp: **Verformungsenergie der Struktur.**
 Bei dieser Zielfunktion entsteht ein Endform wie in Abbildung 2a abgebildet.

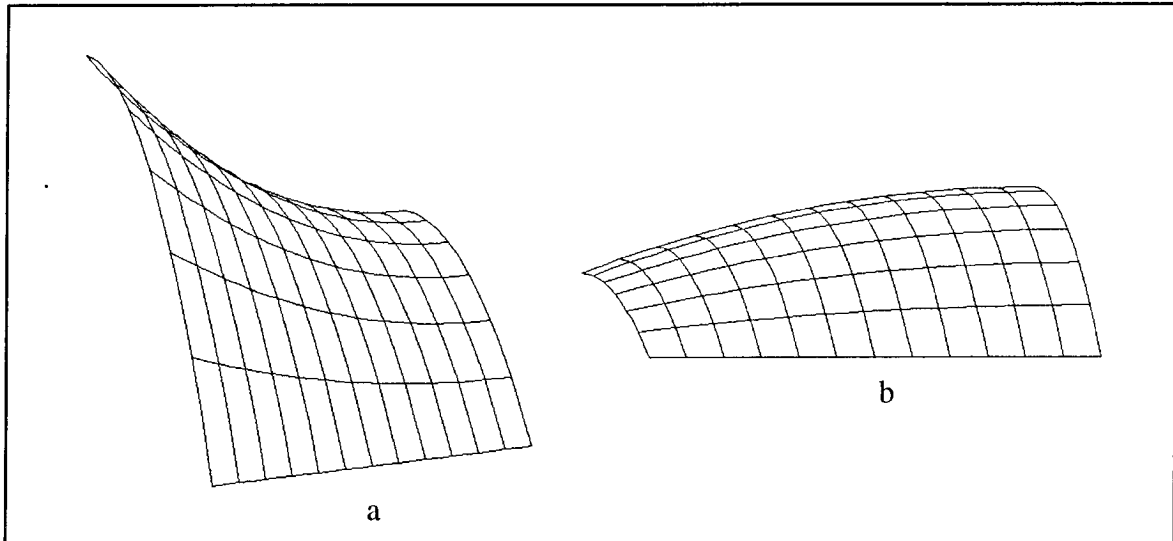


Abbildung 2

Komponenten für die Verformungsenergie: Biegung und Membranspannungen.

Art der Gradientenbestimmung: numerisch.

Hessematrix wird in voller Größe gespeichert.

Obere Wert der Zielfunktion am Startpunkt: $1.0E+06$

Linesearch: quadratische Interpolation.

Genauigkeit der Lösung: $1.0E-07$.

Automatische Skalierung der Hessematrix nach Luenberger.

Maximale Funktionsaufrufe während des Linesearches: 5

Maximale Schrittweite im Linesearch: 1.0

Steigung der Kontrollsekante des Amigo-Linesearches als Vielfaches der Steigung der Meritfunktion am Startpunkt des Linesearches: $10E-04$.

Optimierungsweise 2:

Zielfunktionstyp: **Spannungsausgleich.**

Bei dieser Zielfunktion entsteht ein Dach wie in Abbildung 2b abgebildet.

Spannung: s-Richtung, Werte: -100.

Wichtungsfaktor der Zielfunktion: $2.94E-06$

Weitere nicht genannte Eigenschaften sind gleich mit dem zuvor genannten Optimierungsverfahren.

Die Änderung der Lösung bei einer Änderung der Elementtypen

Im Unterschied zum Standardproblem bei dem 8-knotige Elemente verwendet werden, werden jetzt 4- und 9-knotige Elemente verwendet. Die Lasten werden in allen Fällen über die Knoten verteilt, wodurch auch eine genauere Lastenbeschreibung ermöglicht wird, falls mehrere Knoten

vorhanden sind. Umgekehrt wird die Lastenbeschreibung bei Verwendung 4-knotiger Elemente schlechter. In Abbildung 3 sind die Werte der Zielfunktion vor der Optimierung mit 4,8 und 9

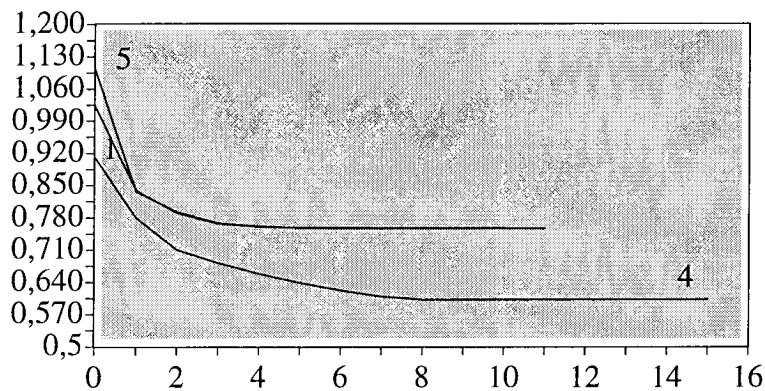


Abbildung 3
 Elemente mit 4 Knoten (4)
 8 Knoten (1) und 9 Knoten (5).
 Spannungsausgleich

knotigen Elementen für die Optimierung nach Spannungsgleichung angegeben.

In Tabelle 1 ist die Situation nach der erster Berechnung einiger Punkte abzulesen. Die Kräfte RR und SS sind Normalkräfte pro Knoten. Die Kraft RS ist die Querschubkraft relativ zum Element. Gewählt wurden die Knoten A, B, und C. Abbildung 4 verschafft einen Überblick über diese Knoten. Für einen Vergleich der Knotenverschiebungen wurden zwei Verdrehungen um die x- und y-Achse, drei Knotenkräfte in r- und s-Richtung und die Querschubkraft RS in r-Richtung auf eine Fläche in s-Richtung gewählt. "Stand1", "Stand4" und "Stand5" sind vergleichbar mit (1), (4) und (5) in Abbildung 2.

Tabelle 1

System und Knoten	Verdrehung x-Achse	Verdrehung y-Achse	Kraft RR	Kraft SS	Kraft RS
Stand1(A)	0.0000E+00	-3.6356E-05	-1.962E+00	-1.974E+00	3.686E-02
Stand4	0.0000E+00	-2.7111E-05	7.114E-01	3.557E+00	2.582E+00
Stand5	0.0000E+00	-3.3381E-05	-2.650E-01	-1.325E+00	4.692E-02
Stand1(B)	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.491E+00	-1.653E+00	-2.273E-03
Stand4	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.598E+00	-2.802E+00	3.521E-02
Stand5	0.0000E+00	0.0000E+00	-5.486E+00	-1.476E+00	-1.145E-06
Stand1(C)	1.9478E-06	-1.0121E-04	-9.355E-01	-2.663E-01	1.390E+00
Stand4	1.0293E-08	-3.4873E-05	3.038E-01	1.519E+00	6.538E+00
Stand5	5.6273E-07	-1.0170E-04	2.493E-02	2.493E-02	1.728E+00

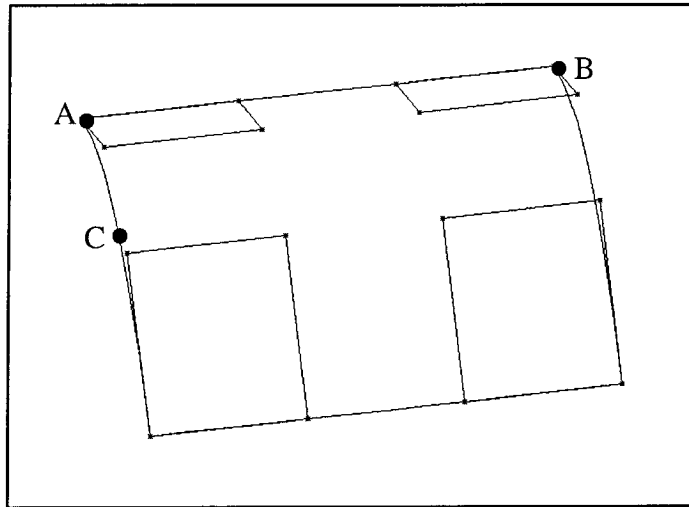


Abbildung 4

Für die Optimierung mit einer Zielfunktion minimaler Energie ist ein Vergleich der Zielfunktionsverläufe in Abbildung 5 gegeben.

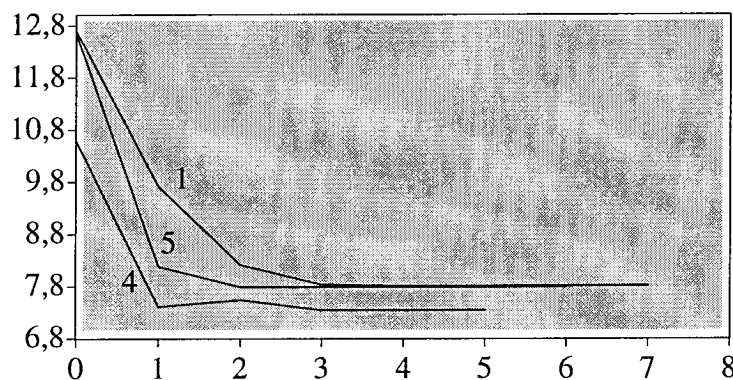


Abbildung 5
 Elemente mit 4 Knoten (4)
 8 Knoten (1) und 9 Knoten (5).
 Minimale Energie

Auswirkung der Änderungen auf die Lösung

Der Unterschied zwischen den Endformen bei verschiedenen Elementen ist sehr gering. Bei beiden Zielfunktionen (minimale Energie- und Spannungsgleichung) sind die Anfangswerte der Zielfunktion niedriger. Auch am Ende bleibt die Lösung des Beispiels mit 4-knotigen Elementen niedriger. Möglicherweise ist eine weniger genaue Beschreibung der einfachen 4-knotigen Elemente hierfür eine Ursache. Wird eine krummlinige Form beschrieben mit 4-knotigen Elementen beschrieben, wird stets eine kleinere Oberfläche beschrieben, da die Kanten der 4-knotigen Elementen linear sind. Das Beispiel mit 9-knotigen Elementen besitzt eine höhere Anfangsgeschwindigkeit, da mehrere Knoten eine genauere Beschreibung des Problems ermöglichen. Bei Verdrehung um die x-Achse ist bei Knoten C kein Zusammenhang zwischen den verschiedenen Elementen zu erkennen. Bei einer Verdrehung um die y-Achse ist bei den Knoten A und C im Fall mit 4-knotigen Elementen jeweils ein niedrigerer Wert abzulesen. Da die Werte von 8- und 9-knotigen Elementen ziemlich gleich sind, sind diese wahrscheinlich die richtigen. Bei niedrigeren Werten ist auch die Verformungsenergie niedriger. Dies erklärt möglicherweise den niedri-

gen Anfangswert der Zielfunktion im Falle mit 4-knotigen Elementen. Bei Kraft RR ist lediglich bei Knoten B noch eine Gleichmäßigkeit zu registrieren. Bei Kraft SS und Kraft RS ist kaum noch eine Struktur zwischen den Werten der Kräfte sichtbar.

Zusammengefaßt:

- a) *4 ergibt ein niedrigeres Gewicht im Vergleich zu 1 und 5.*
Die Oberfläche des Dachs wird mit 4-knotigen Elementen nicht so genau beschrieben. Aus diesem Grund wird eine kleinere Oberfläche beschrieben, dadurch weniger Energie. 4-knotige Elemente ergeben kleinere Verdrehungen, dadurch weniger Energie.
- b) *Die Iterationsgeschwindigkeit ist bei 5 höher als bei 1 und 4.*
Durch hochwertige Elemente wird auch die Sensitivitätsanalyse besser, wodurch die Suchrichtung und Schrittweite besser zu angenähert werden können.

Die Änderung der Lösung ist abhängig von einer Änderung der Netzfeinheit

Die Netzfeinheit wird bei dem Standardbeispiel erhöht bzw. reduziert. Zuerst wird die lange Kante in 14 und die kurze Kante in 8 Elemente unterteilt, dann wird die lange Kante in 10 und die kurze Kante in 4 Elemente unterteilt. Die Unterschiede der Verformungen und der Kräfte zwi-

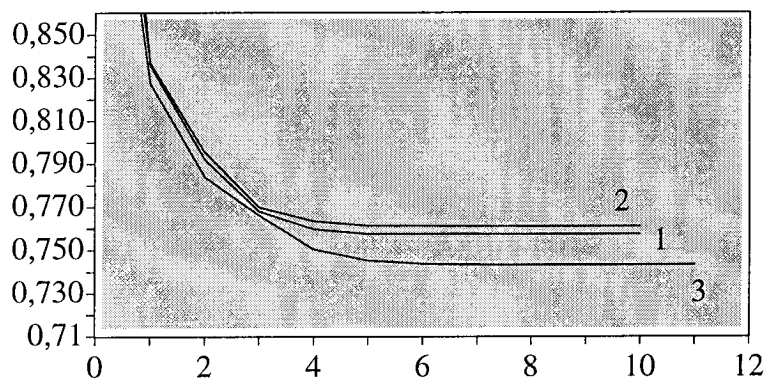


Abbildung 6
72 Elemente (1), 112 Elemente (2)
und 40 Elemente (3)
Spannungsausgleich

schen diesen drei Varianten sind in Tabelle 2 abzulesen. Hier ist die Situation nach der erster Berechnung einiger Punkte des Beispiel zu erkennen. Die Kräfte RR und SS sind Normalkräfte pro Knoten, die Kraft RS ist die Querschubkraft relativ zum Element. Gewählt wurden die Knoten A, B, und C. Einen Überblick über diese Knoten verschafft Abbildung 3. Für einen Vergleich der Knotenverschiebungen wurden zwei Verdrehungen um die x- und y-Achse, drei Knotenkräfte in r- und s-Richtung und eine Querschubkraft RS in s-Richtung auf eine Fläche in s-Richtung gewählt. "Stand1", "Stand4" und "Stand5" sind vergleichbar mit (1), (4) und (5) in Abbildung 2. In Abbildung 6 ist der Verlauf der Zielfunktion für das Standardbeispiel und die zwei Varianten mit der Zielfunktion-Spannungsgleichung dargestellt.

Tabelle 2

System und Knoten	Verdrehung x-Achse	Verdrehung y-Achse	Kraft RR	Kraft SS	Kraft RS
Stand1(A)	0.0000E+00	-3.6356E-05	-1.962E+00	-1.974E+00	3.686E-02
Stand2	0.0000E+00	-3.4330E-05	-1.586E+00	-1.943E+00	1.989E-02
Stand3	0.0000E+00	-4.0933E-05	-2.542E+00	-2.038E+00	1.416E-01
Stand1(B)	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.491E+00	-1.653E+00	-2.273E-03
Stand2	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.519E+00	-1.660E+00	1.024E-03
Stand3	0.0000E+00	0.0000E+00	-7.412E+00	-1.645E+00	8.999E-03
Stand1(C)	1.9478E-06	-1.0121E-04	-9.355E-01	-2.663E-01	1.390E+00
Stand2	2.0043E-06	-9.9201E-05	-7.303E-01	-2.310E-01	1.488E+00
Stand3	2.0156E-06	-6.1871E-05	-1.009E+00	5.110E-02	1.294E+00

Abbildung 7 zeigt den Verlauf der Zielfunktion für das Beispiel, wobei die Zielfunktion mini-

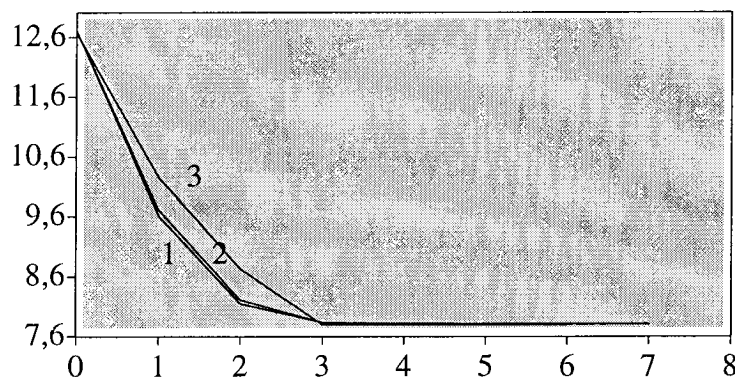


Abbildung 7
72 Elemente (1), 112 Elemente (2)
und 40 Elemente (3).
Minimale Energie

male Energie besitzt.

Auswirkung der Änderungen auf die Lösung

Beim Beispiel mit einem Zielfunktionsspannungsausgleich und 40 Elementen wird eine niedrigere Endlösung im Vergleich zu dem Fall mit 72 und 112 Elementen gefunden. Ungewöhnlicherweise erscheint bei einer Zielfunktion mit minimaler Energie drei mal der etwa gleiche Wert. Das bedeutet, daß die Optimierung mit dem Spannungsausgleich empfindlich auf eine Änderung der Anzahl der Elementen reagiert. Außerdem konvergieren beim Spannungsausgleich alle drei Fälle gleich schnell. Bei der minimalen Energie konvergiert der Prozeß im Fall mit 40 Elementen langsamer. Ein Grund dafür ist möglicherweise der, daß mit mehreren Elementen eine genauere Beschreibung von Spannungen und Energie möglich ist. Dadurch ist eine bessere Sensitivitätsanalyse möglich. Bei den in Tabelle 2 genannten Werte sind die Verdrehungen um der x- und y-Achse und die Kräfte bei den Knoten A, B und C annähernd gleich. Nur die Kraft SS bei Knoten C und die Kraft RS bei Knoten B unterscheiden sich vom Fall mit 40 Elementen sehr stark. Da

lediglich bei 40 Elementen unterschiedliche Werte entstehen, wird deutlich, daß diese Werte nicht besonders gut sind. Die Werte bei den Fällen mit 72 und 112 Elementen sind dagegen zuverlässig.

Zusammengefaßt:

- a) (3) ergibt nur für die Spannungsgleichung niedrigere Endwerte als (1) und (2).
- b) (3) konvergiert in allen Fällen langsamer als (1) und (2).
Mehrere Elemente sind genauer und geben die Möglichkeit, die Sensitivitätsanalyse besser durchführen zu können. Dadurch ist die Iteration schneller.
- c) Die Werte der Verdrehungen und Kräfte sind im Vergleich zu einer Änderung der Elementtypen alle ziemlich gleichwertig.
Der Einfluß der Elementtypen ist größer in als der einer Änderung der Netzfeinheit.

Änderung der Lösung bei verschiedenen Optimierungsmethoden für das Beispiel

Das Beispiel wurde mit verschiedenen Optimierungsmethoden berechnet; das Standardbeispiel mit SQP. Die zwei anderen verwendeten Methoden sind SLP und MMA. Es folgt eine kurze Beschreibung dieser Methoden.

SLP

Ein Verfahren der sequentiellen linearen Programmierung. In jedem Iterationsschritt wird ein lineares Unterproblem formuliert, indem Zielfunktion und Nebenbedingungen linear approximiert werden. Das Unterproblem wird durch einen Standard-Simplex-Algorithmus gelöst, der in einer Implementierung von Adam Borkowski vorliegt. "Move-Limits" für die maximalen Schrittweiten vermeiden ein Oszillieren des Konvergenzverlaufs.

Einstellungen für das Standardproblem:

Numerische Gradientenbestimmung.

Relaxation der Nebenbedingungen durch Einführung einer zusätzlichen Variablen bei inkonsistenten Unterproblemen.

Konvergenzabfrage durch Kontrolle der Kuhn-Tucker-Bedingungen.

Wenn Schrittweitenadaption nicht ausreicht, sind die neuen Movelimits $LIMIT = 0.40 * LIMIT$.
Adaption mit 0.40 für die Schrittweiten.

Genauigkeit der Zielfunktionsverbesserung: $10E-03$.

Genauigkeit der Lösung am Kuhn-Tucker-Punkt: $10E-03$.

Faktor zur Bestimmung der Anfangsschrittweite: $LIMIT = (XU-XL)*0.25$.

Kleinste zulässige Schrittweite im Linesearch: 0.10.

MMA

Eine duale Optimierungsmethode, benutzt zur Lösung des Optimierungsproblems den Dualitätssatz für die Lagrange-Funktion. In jedem Iterationsschritt wird ein konvexes Unterproblem formuliert. Dieses Unterproblem wird mit der konjugierten Gradientenmethode von Fletcher und Reeves gelöst.

Einstellungen für das Standardproblem:

Genauigkeit der Lösung: 1.000E-04.
 Asymptotenanpassung: Adaptionregel nach Svanberg.
 Max. Anzahl der Iterationen im Unterproblem.
 Maximale Anzahl von Funktionsaufrufen während des Liniensuches.
 Maximale Schrittweite im Liniensuch: 1.0.
 Approximation der dualen Zielfunktion im Liniensuch: quadratisch.

In Abbildung 8 sind die Zielfunktionen einer Lösung mit SLP, SQP und MMA für die Zielfunktion-

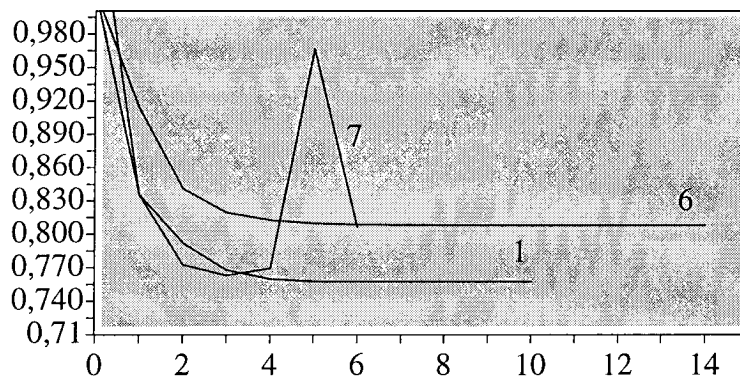


Abbildung 8
 SQP (1), SLP(6), MMA(7).
 Spannungsausgleich

tion–Spannungsausgleich dargestellt. In Abbildung 9 ist die Formänderung des Beispiels (Ziel-

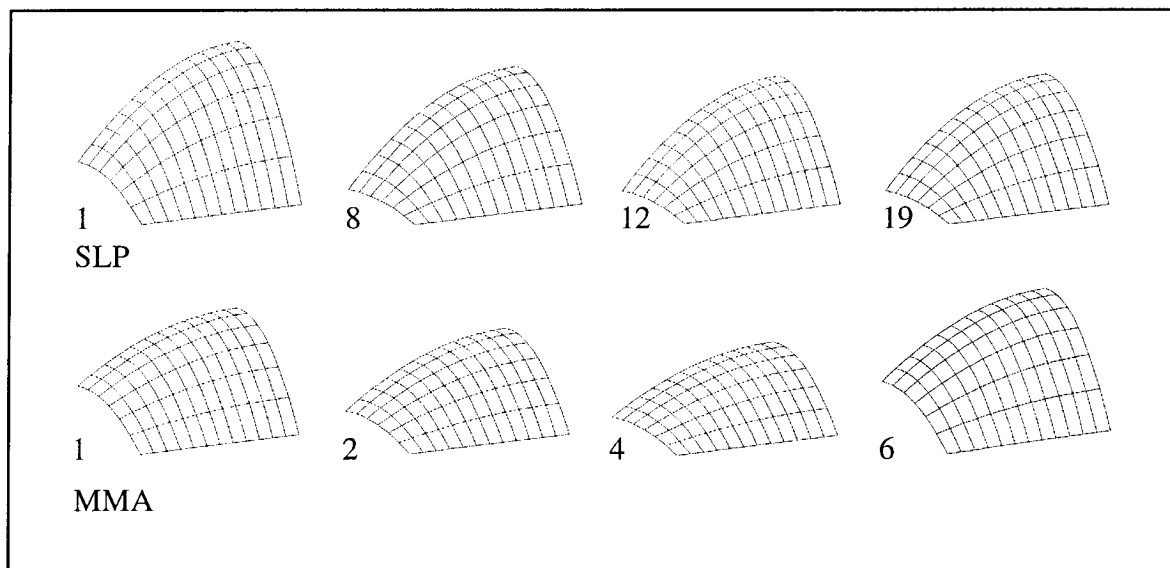


Abbildung 9

funktion–Spannungsgleichung) mit SLP und des Beispiels mit MMA aufgezeigt. Die Iterationsschritte sind in den verschiedenen Bildern angegeben. In Abbildung 10 sind die Zielfunktionen einer Lösung mit SLP, SQP und MMA bei minimaler Energie für die Zielfunktion dargestellt.

Auswirkungen der Änderungen auf die Lösung

Die Verläufe von (1) und (6) sind annähernd gleich, wobei (1) lediglich niedrigere Endwerte für die Zielfunktion ergibt. SLP und SQP sind Methoden mit gleichen Basisalgorithmen. SQP verar-

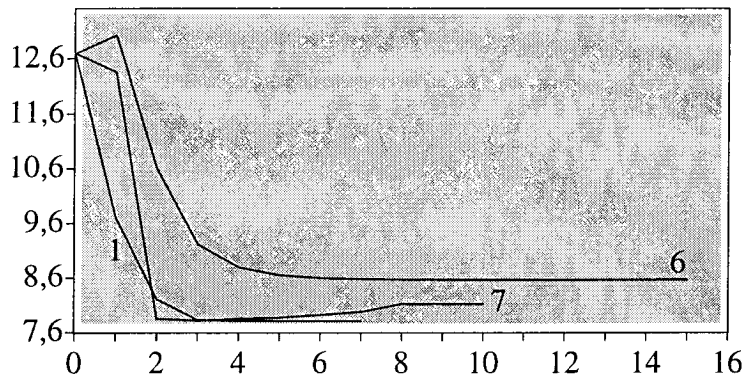


Abbildung 10
SQP (1), SLP (6), MMA(7).
Minimale Energie

beite ein quadratisch Unterproblem. Dadurch sind die Endwerte auch etwas höher bzw. genauer. Außerdem ist (9) bereits nach 10 bzw. 7 Schritten beendet, (6) erst nach 14 bzw. 15. Mit SLP ist es möglich, mit einem linearen Unterproblem größere Schrittweiten zu verwenden. Der Verlauf von (7) ist dagegen eigenartig. Beim Spannungsausgleich und bei minimaler Energie steigt (7) nach normalem Beginn der Iteration wieder an. Die Grund hierfür ist noch unklar.

Zusammengefaßt:

- a) *(1) hat niedrigere Endwerte als (6).*
SQP arbeitet im Vergleich zu SLP etwas genauer.
- b) *(1) benötigt weniger Schritte als (6).*
SQP besitzt ein quadratisches Unterproblem, SLP hat ein lineares Unterproblem. Dadurch ist es mit SLP möglich, größere Schritte zu machen.
- c) *(7) zeigt einen eigenartigen Verlauf der Zielfunktion auf.*
Die Ursache ist bis jetzt nicht zu erkennen.

Änderung der Lösung bei einer Änderung der Abmessungsverhältnisses des Beispiels

Das Verhältnis zwischen Breite und Länge des Schalendachs beträgt beim Standardbeispiel 6/12. Das Verhältnis wird in 6/10 bzw. 6/14 abgeändert. Der Verlauf der Zielfunktion ist für den Spannungsausgleich in Abbildung 11 und für die minimale Energie in Abbildung 12 aufgezeigt. Die Formänderungen des Beispiels sind für den Spannungsausgleich in Abbildung 13 und für die minimale Energie in Abbildung 14 dargestellt.

Auswirkungen der Änderungen auf die Lösung

Im Falle der Spannungsgleichung und minimaler Energie ist das Anfangs- und Endgewicht von (9) im Vergleich zu (1) stets größer und das Gewicht von (1) ist wiederum größer im Vergleich zu (8). Falls das Verhältnis zwischen Breite (b) und Länge (h) kleiner wird, verbessert sich die Konvergenz, da je größer die Länge ist, desto näher ist die Anfangsform an der Endform. Die Verschiebung der variablen Designknoten wird im Vergleich zu den Abmessungen der gesamten Form immer geringer.

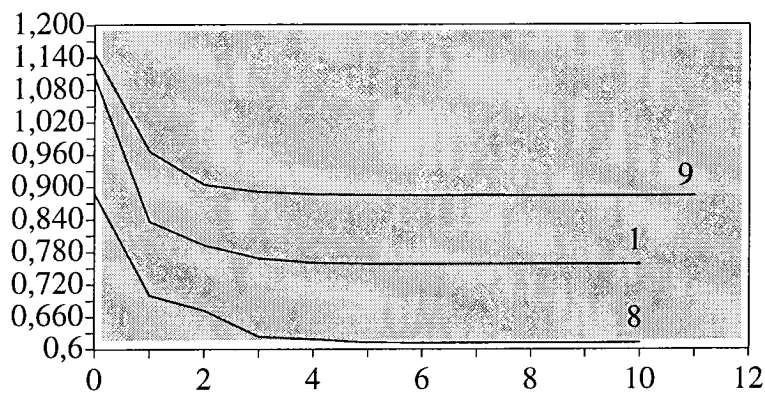


Abbildung 11
 $b/h=6/12$ (1), $b/h=10$ (8),
 $b/h=6/14$ (9).
 Spannungsgleichung

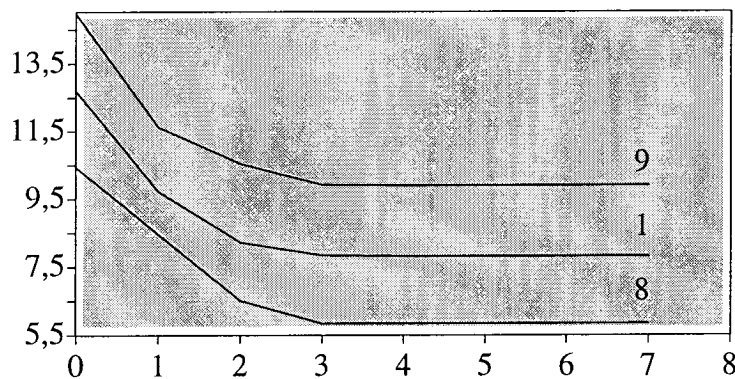


Abbildung 12
 $b/h=6/12$ (1), $b/h=10$ (8),
 $b/h=6/14$ (9).
 Minimale Energie

Zusammengefaßt:

- a) *Wird das Verhältnis zwischen Breite (b) und Länge (h) kleiner, konvergiert die Optimierung schneller.*
 Die Verschiebung der variablen Designknoten wird im Vergleich zu den Abmessungen der gesamten Form immer geringer.

Änderung der Lösung bei einer Änderung der Designelemente des Beispiels

Das Standardbeispiel wird mit einem 16-knotigen Bezier-Element beschrieben. Das Beispiel das in Abbildung 15 zu sehen ist, wird nun mit vier 16-knotigen Bezier-Elementen beschrieben. Die Formänderung ist in Abbildung 16 dargestellt.

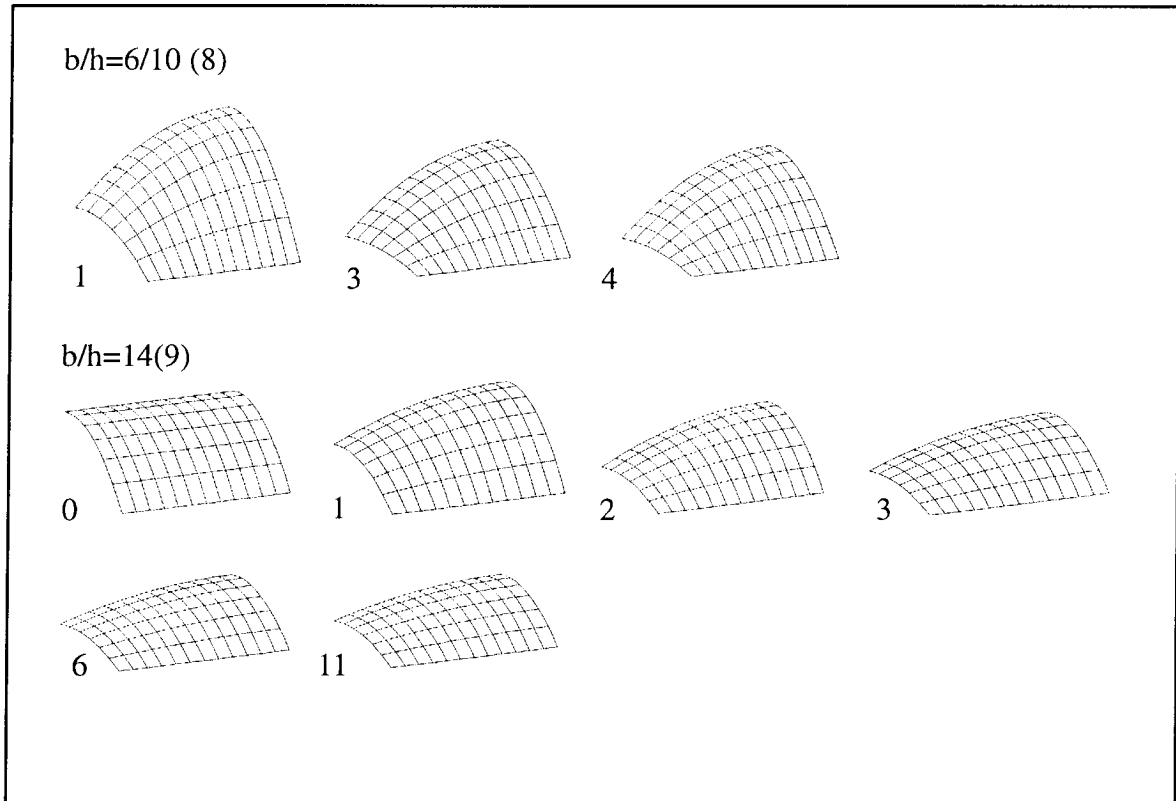


Abbildung 13
Spannungsausgleich

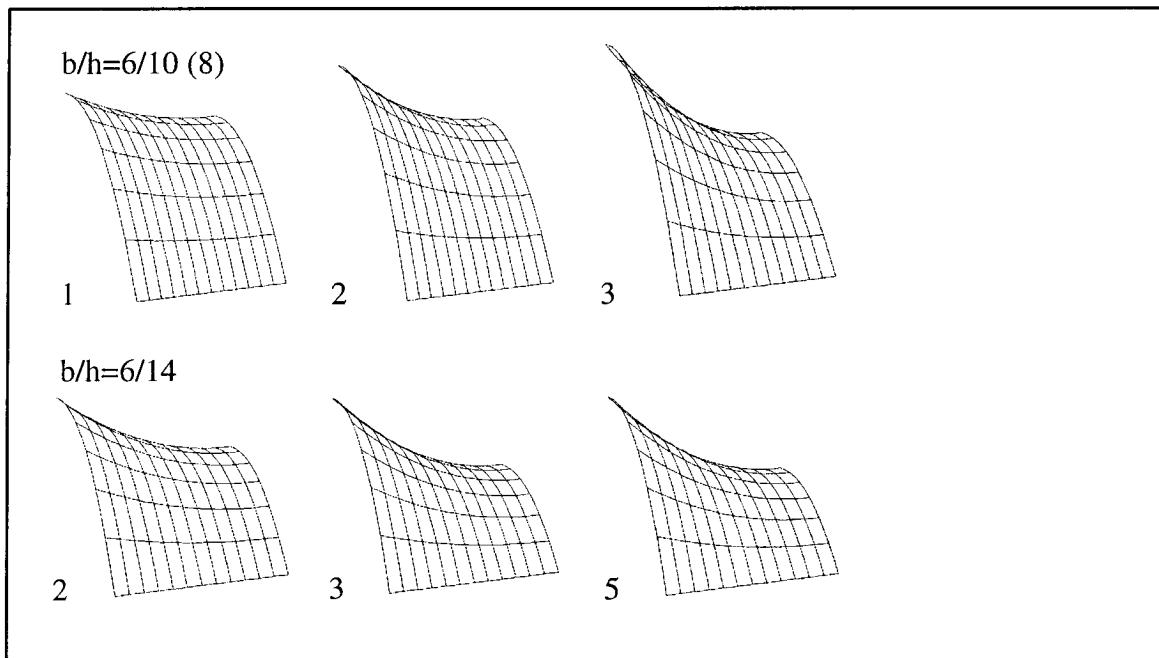


Abbildung 14
Minimale Energie

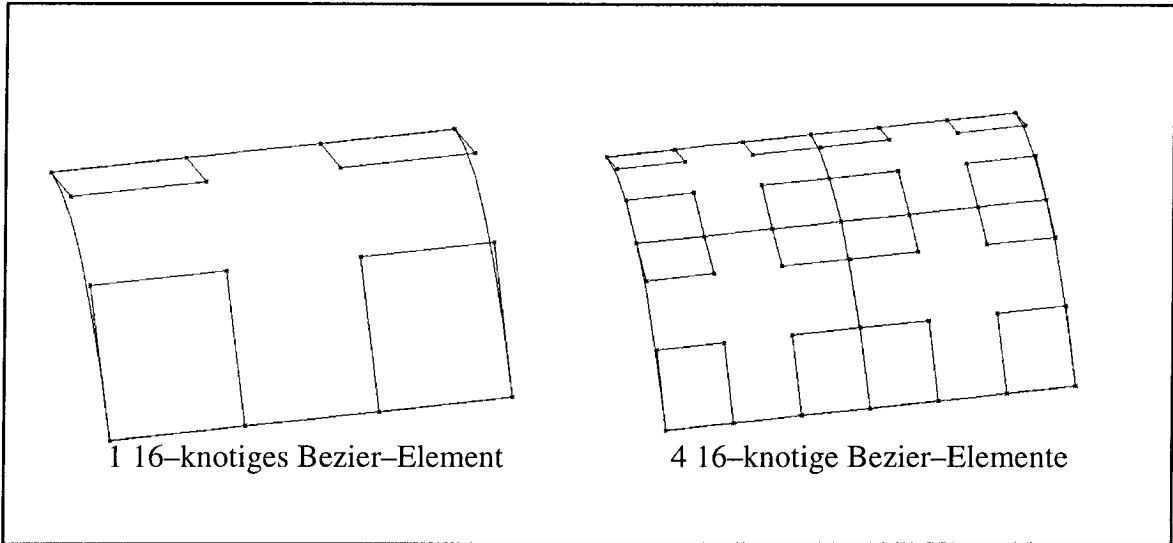


Abbildung 15

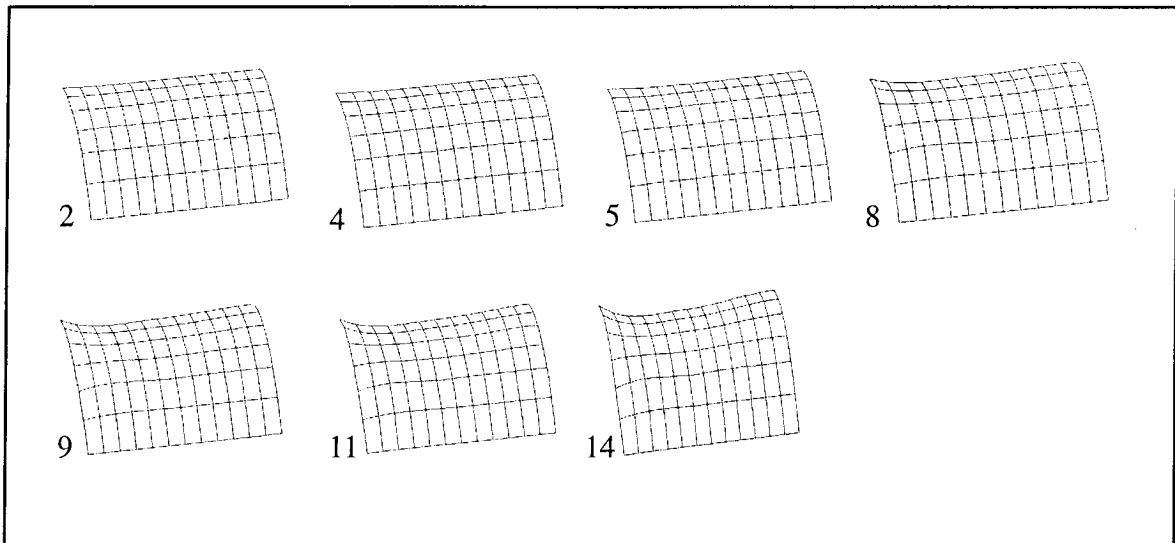


Abbildung 16

Die Optimierung der Position der Unterstützungen einer Platte nach der minimalen Energie des Gesamttragwerk

Eine Platte mit einer Breite von 10 m und einer Länge von 6 m wird mit drei Mauern unterstützt. Diese Mauern bzw. Scheiben haben eine Höhe von 3 m. Die Position der Elemente ist in Abbildung 1 dargestellt. Die Position der Mauern ist in x- und y-Richtung variabel. Die optimale Po-

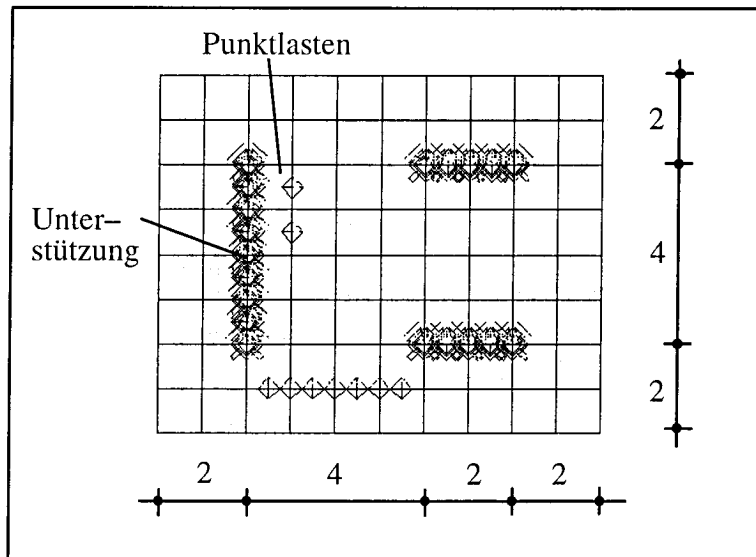


Abbildung 1

sition der Mauern wird mittels einer Minimierung der Dehnungsenergie bestimmt; dadurch wird die maximale Steifigkeit der Platte gefunden. Die Materialeigenschaften sind alle frei gewählt und beschreiben kein bestimmtes Materialverhalten. Die Eingabe ist nachfolgend erläutert:

Allgemein

Spannungen werden auf die Knotenpunkte extrapoliert.

Design-Modell

Siehe Abbildung 2. Die Designelemente der Platte sind so verteilt, daß die Unterstützungen stets

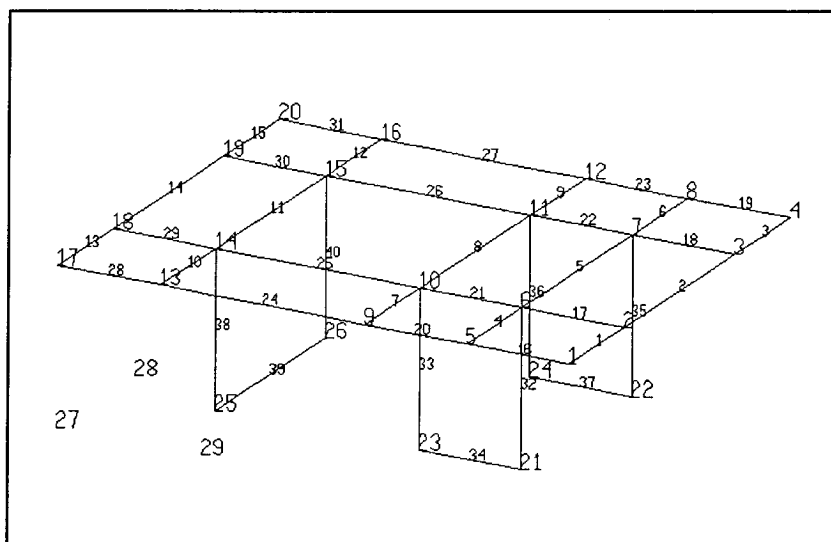


Abbildung 2

exakt mit eine Kante eines Designelements zusammenfallen.

Elemente

SHELL6, 3-dimensionales degeneriertes Schalenelement, vollständige geometrische Nichtlinearität, 8 knotig, isoparametrisch, 2*2 integriert. Querschnitt hat die konstante Dicke 0.1 über das ganze Element.

Linear elastisches Materialgesetz.

Vorabintegration der Dicke.

6 Parametertheorie.

Koordinatensystem für Rotationsfreiheitsgrade: lokales Koordinatensystem.

Additiver Rotationsupdate des Direktors.

Isotrope Materialverhalten.

Membran- und Biegewirkung werden berücksichtigt.

Material

Elastisches Materialgesetz.

Dichte des Materials =1.0E+00.

Temperaturkoeffizient =5.5E-05.

Elastizitätsmodul =3.0E+07.

Querdehnzahl =0.2.

Lasten

Die Lasten sind in Abbildung 1 dargestellt. Auf die Elementknoten 123, 127, 131, 186, 188, 135, 143, 139 und 147 werden Punktlasten mit dem Wert 1 gesetzt. Auf alle Elemente der Platte wird eine Schneelast von 0.5 aufgebracht.

Optimierung

Sequentielle quadratische Programmierung nach Wilson, Han und Powell in einer Implementierung von Schittkowski.

Skalierung der Variablen: implizit.

Skalierung der Zielfunktion: 5.0E-1

Zielfunktionsstyp: Verformungsenergie der Struktur.

Beobachtete Energie: Biegung- und Membranenergie.

Hessematrix wird in voller Größe gespeichert.

Oberer Wert der Zielfunktion am Startpunkt: 1.0E+06

Linesearch: quadratische Interpolation.

Genauigkeit der Lösung: 1.0E-07.

Automatische Skalierung der Hessematrix nach Luenberger.

Maximale Funktionsaufrufe während des Linesearches: 5.

Maximale Schrittweite im Linesearch: 1.0

Steigung der Kontrollsekante des Amigo-Linesearches als Vielfaches der Steigung der Meritfunktion am Startpunkt des Linesearches: 10E-04.

Wichtungsfaktor der Zielfunktion: 10811.96

Optimierungsvariablen

Von jeder Maurer ist ein Knoten in x- und y-Richtung variabel. Die anderen Knoten sind an diesen Knoten gekoppelt. Die Variation der Knoten ist bis 1 m in jeder Richtung begrenzt.

Nebenbedingungen

Die Verschiebung der Knoten 161 ist bis 1.0E-02 begrenzt.

In Abbildung 3 ist der Optimierungsverlauf dargestellt.

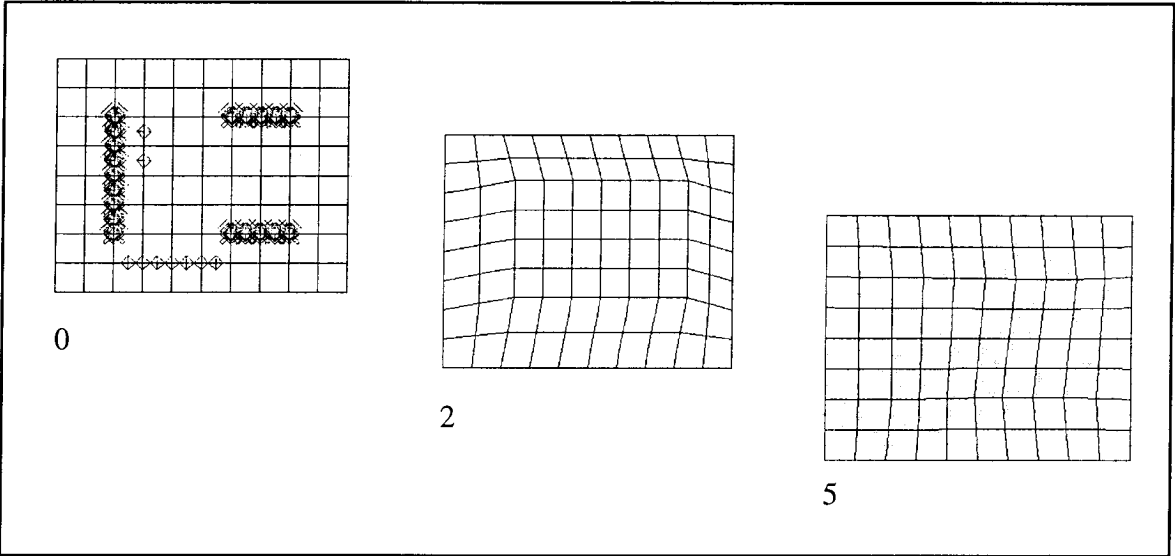


Abbildung 3