

Asistencia computacional en el diseño de modelos matemáticos interactivos de un Museo de Matemática.

Leonard Echagüe

Matemática Museum. CEN. LIV. Conicet.
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.
Universidad Nacional de Buenos Aires. Argentina.
visita1 @dm.uba.ar

Se exponen los desarrollos computacionales por MapleV realizados para el diseño y posterior construcción de modelos interactivos que dan cuenta de propiedades matemáticas.

Los temas elegidos se referirán a los diseños de Máquinas generadoras de Cuádricas y a modelos de evolutas y evolventes.

En el trabajo se expondrán las fotografías en archivos de imagen de los modelos, los desarrollos gráfico-computacionales y analíticos por MapleV.

Este trabajo informará e ilustrará brevemente sobre los desarrollos computacionales efectuados en el diseño de 3 de los modelos que integran el Museo “MateUBA Museum” del Departamento de Matemática de la de la Universidad Nacional de Buenos Aires – Argentina.

El Museo “MateUBA Museum” fue diseñado en lo general, lo industrial y lo organizacional por Leonard Echagüe, Profesor Adjunto de la Facultad de Arquitectura a cargo de Secretaría Académica.

Su construcción que aún sigue adelante, está a cargo de alumnos de la cátedra Mattiello y tuvo para su etapa inicial colaboración de alumnos de la cátedra Spinadel de la FADU.

Se describirán los desarrollos de los siguientes modelos:

- 1) Máquinas de Cuádricas.
- 2) Máquinas de Péndulos de Evolutas y Evolventes.

1. Máquinas de Cuádricas

Cuádricas son variedades algebraicas espaciales de segundo grado.

Son cuádricas regladas cuando contienen rectas.

Ejemplos son conos, cilindros, paraboloides hiperbólicos e hiperboloides de una hoja.

Breve descripción

Las máquinas cuadráticas son dos aparatos mecánicos constituidos por sendos pares de marcos lineales y circulares, móviles y fijos, entre los que se tienden husos o sogas formando ilustrativamente por medio de sus reglas, paraboloides hiperbólicos e hiperboloides de una hoja.

La tensión de las sogas se obtiene por el efecto de pesas colocadas en la parte inferior.

Conceptos matemáticos ilustrados

Los conceptos matemáticos ilustrados se expresan por las siguientes figuras:

- paraboloide
- hiperboloide
- superficie reglada
- variación a un parámetro
- cilindro
- plano
- cono.

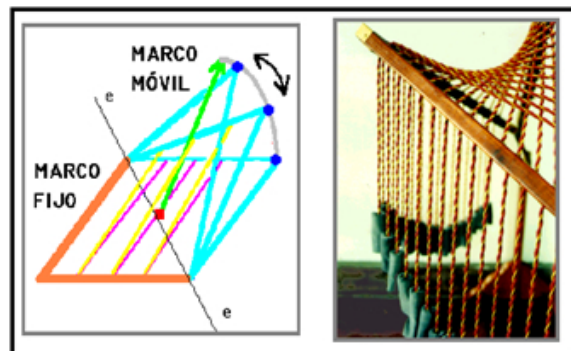
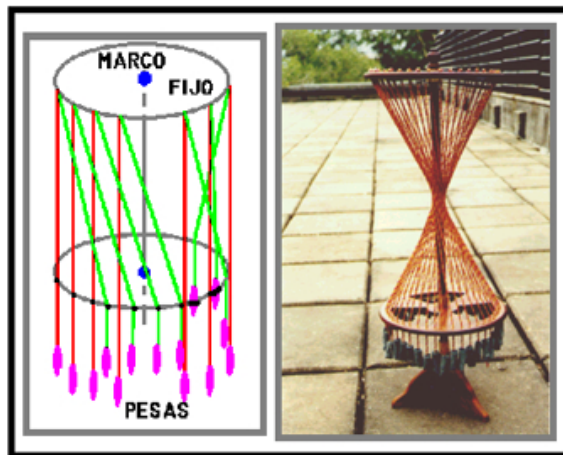


Fig. 1 - Fig. 2 Esquemas gráficos descriptivos e imágenes fotográficas

Elaboración computacional

Se realizan las simulaciones respectivas de cada artefacto mediante animaciones a un parámetro.

Cada cuadro ilustra un elemento de las familias de paraboloides e hiperboloides generados por cada máquina según las posiciones de sus marcos móviles.

La simulaciones se realizan suponiendo movimientos acotados de las partes móviles de cada aparato.

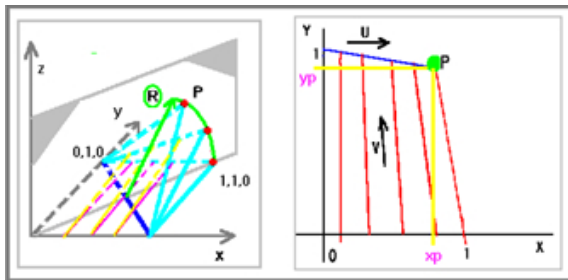
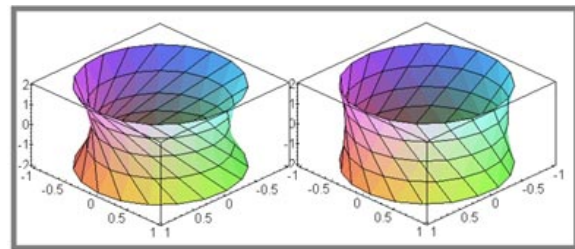
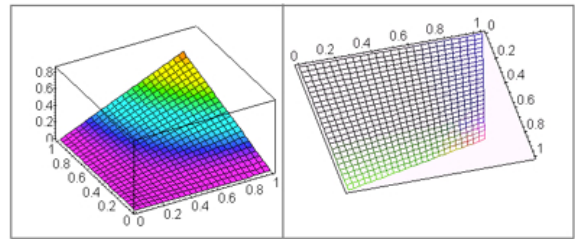


Fig. 5 – Fig. 6 Cuadros.

2. Máquinas de Péndulos de Evolutas y Evolventes

Evolvente, del inglés-involute, de una curva base plana es otra curva plana que se obtiene por desarrollo (desenrollar) de un cordel o hilo que se ha apoyado previamente sobre la curva base.

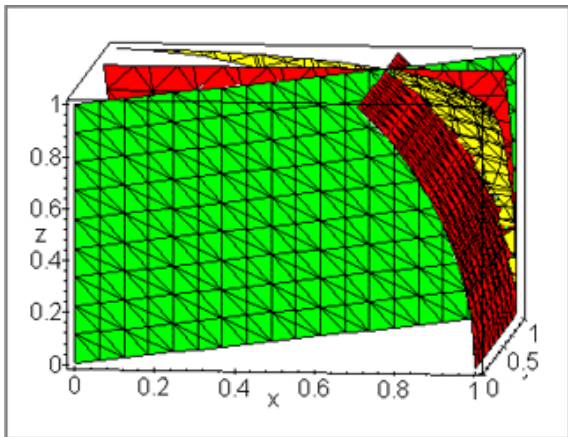


Fig. 3 - Fig. 4. Gráficos del análisis matemático .

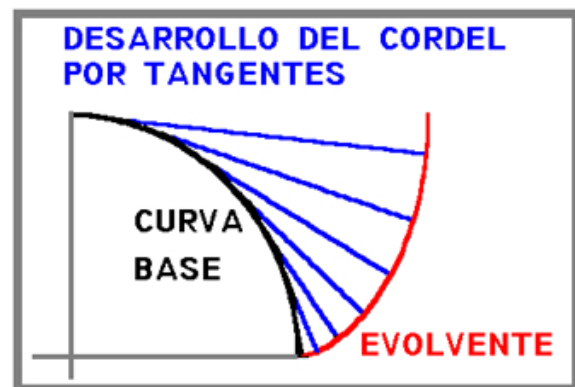


Fig. 7 Ilustración del concepto de evolvente con la evolvente del círculo.

Se debe tener en cuenta que su recorrido el vértice móvil de la máquina de paraboloides lo hace sobre un círculo en el espacio.

Evoluta es el lugar geométrico de los centros de curvatura de una curva plana dada.

Por análisis geométrico intuitivo puede deducirse que evoluta y evolvente son resultados de «operaciones geométricas inversas».

Toda curva base de una evolvente es a la vez evoluta de la misma.

La máquina del Museo modeliza interactivamente mediante la manipulación de péndulos el trazado de evolventes sucesivas.

Esto lo permite la sucesión de evolventes(->) ó evolutas (-<) siguiente:

catenaria -> tractriz -> cicloide -> cicloide

Breve descripción

Está formado por placas de madera barnizada colocadas a diferentes niveles con perímetros de formas curvas definidas Catenaria, Tractriz y Cicloides.



Fig. 8. Evolventes sucesivas.

Sobre ellas pendulan pesos que recorren trazando las evolventes de las curvas.

Las curvas base del pendular son a su vez evolutas de las trazadas por el recorrido de su respectivo péndulo.

Conceptos matemáticos

Tangente a una curva-longitud de arco-centro de curvatura evolvente-evoluta

Elaboración computacional

Se ilustra el tratamiento computacional con la superposición de la catenaria y de su evolvente a la imagen fotográfica del modelo.

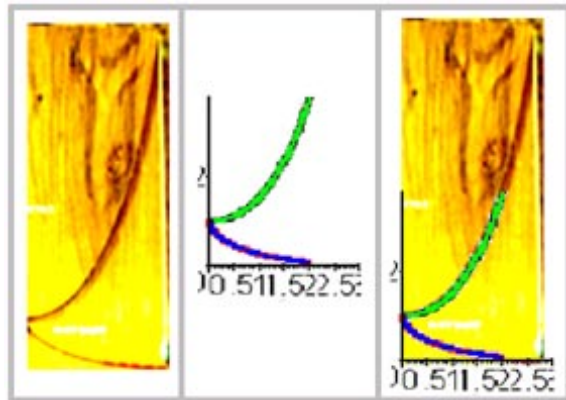


Fig. 9. Superposcion de la catenaria y de su evolvente.

Además se muestran imágenes de simulación por animación de la generación de evolventes de la catenaria.

La catenaria es única salvo homotecias. Por ello al ampliar o reducir proporcionalmente (centralmente) una catenaria pueden obtenerse todas.

Esto surge por simple inspección de su fórmula:

$$y/a = \cosh(x/a)$$

a- es el coeficiente de proporcionalidad .

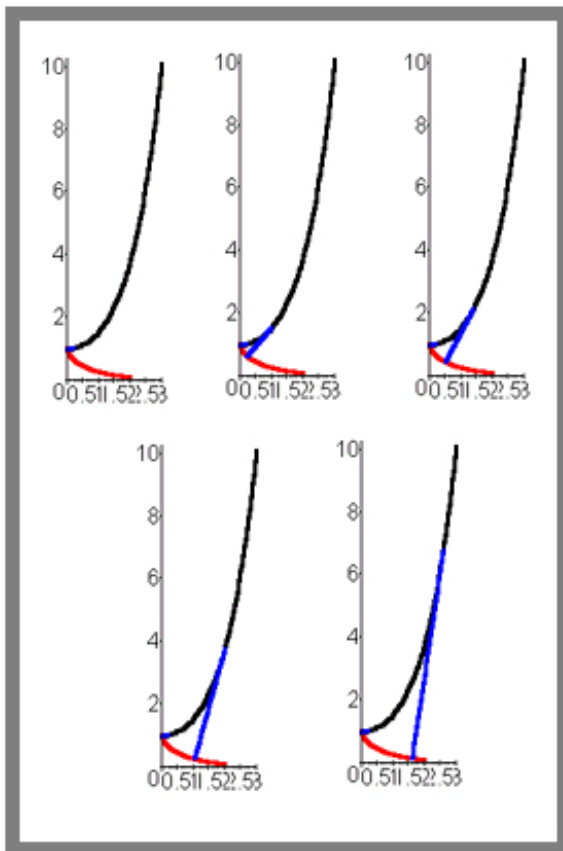


Fig.10. Imágenes de simulación